T.C.
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI

RAYLI SİSTEMLER TEKNOLOJİSİ

LOJİK DEVRELER

ANKARA 2013

Milli Eğitim Bakanlığı tarafından geliştirilen modüller;

- Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığının 02.06.2006 tarih ve 269 sayılı Kararı ile onaylanan, Mesleki ve Teknik Eğitim Okul ve Kurumlarında kademeli olarak yaygınlaştırılan 42 alan ve 192 dala ait çerçeve öğretim programlarında amaçlanan mesleki yeterlikleri kazandırmaya yönelik geliştirilmiş öğretim materyalleridir (Ders Notlarıdır).

- Modüller, bireylere mesleki yeterlik kazandırmak ve bireysel öğrenmeye rehberlik etmek amacıyla öğrenme materyali olarak hazırlanmış, denenmek ve geliştirilmek üzere Mesleki ve Teknik Eğitim Okul ve Kurumlarında uygulanmaya başlanmıştır.

- Modüller teknolojik gelişmelere paralel olarak, amaçlanan yeterliği kazandırmak koşulu ile eğitim öğretim sırasında geliştirilebilir ve yapılması önerilen değişiklikler Bakanlıkta ilgili birime bildirilir.

- Örgün ve yaygın eğitim kurumları, işletmeler ve kendi kendine mesleki yeterlik kazanmak isteyen bireyler modüllere internet üzerinden ulaşılabilirler.

- Basılmış modüller, eğitim kurumlarında öğrencilere ücretsiz olarak dağıtılır.

- Modüller hiçbir şekilde ticari amaçla kullanılamaz ve ücret karşılığında satılamaz.

İÇİNDEKİLER

AÇIKLAMALAR

ALAN	**Elektrik Elektronik Teknolojisi**
DAL/MESLEK	**Alan Ortak**
MODÜLÜN ADI	**Lojik Devreler**
MODÜLÜN TANIMI	Bu modül lojik devre elemanlarını tanıtan bu elemanlarla tasarım yaparak ihtiyaca uygun devrelerin kurulmasına ve çalıştırılmasına yönelik bilgi ve becerilerin verildiği öğrenim materyalidir.
SÜRE	40/32
ÖN KOŞUL	Ön koşul yoktur.
YETERLİK	Lojik devre elemanlarını kullanarak elektronik devreleri kurmak.
MODÜLÜN AMACI	**Genel Amaç** Bu modül ile küçük-orta ve büyük ölçekli işletmelerde TSE, ISO, işletme standartlarına ve şartnamelere uygun olarak lojik devre elemanlarını tanıyarak, lojik devre elemanlarını kullanarak devreleri hatasız kurabileceksiniz. **Amaçlar** **1.** Lojik devrelerde kullanılan malzeme, araç ve gereçleri eksiksiz tanıyabileceksiniz. **2.** İstenen çalışmayı gerçekleştiren lojik devrelerinin tasarımını doğru olarak yapabileceksiniz. **3.** Entegre standartları ve şartnamelere uygun devreyi hatasız kurabileceksiniz. **4.** Kurduğu sistemi, enerji vererek hatasız çalıştırabileceksiniz.
EĞİTİM ÖĞRETİM ORTAMLARI VE DONANIMLARI	Dijital elektronik laboratuarı, dijital elektronik devreler ile imalat yapan işletmelere gezi, internet ortamında inceleme ve araştırma yapma. Lojik entegre katalogları, temel dijital elektronik deney seti, Multimetreler (Avometre), Osilaskop, Ayarlı güç kaynağı, Frekans jenaratörü.
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME	Modül içinde ve sonunda verilen öğretici sorularla edindiğiniz bilgileri pekiştirecek, uygulama örneklerini ve testleri gerekli süre içinde tamamlayarak etkili öğrenmeyi gerçekleştireceksiniz. Sırasıyla araştırma yaparak, grup çalışmalarına katılarak ve en son aşamada alan öğretmenlerine danışarak ölçme ve değerlendirme uygulamalarını gerçekleştirebileceksiniz.

GİRİŞ

Sevgili Öğrenci,

Teknik elemanlar hızlı sanayileşmenin, ekonomik, sosyal ve kültürel kalkınmanın en önemli unsurudur. Hızlı ve sürekli üretim teknik elemanların aynı dili kullanmaları ile sağlanır. Yapılan işin istenen özelliklerde olması, teknik elemanların, devre tasarımı yapabilmeleri ve şemalarını eksiksiz okuyabilmeleri ve bunu birebir uygulamalarına bağlıdır. Bu sebeple elektrik-elektronik devre şemalarında kullanılan lojik devrelerin sembollerini çizimini ve tasarımını yapabilmelidir.

Öne sürülen düşüncelere göre karar vermeye mantık denir. Elektrikli ve elektronik devrelerde iki olasılık söz konusudur. Yani üretece bağlı lâmba anahtar kapalıyken yanar, anahtar açıkken ise söner. Devre anlatımı yapılırken kolay anlamayı sağlamak için anahtarın kapalı olmasına 1, açık olmasına ise 0 denir. Lâmbanın yanma durumu H (high), sönük hâli ise L (low) ile de gösterilebilir. Yarı iletkenlerin ucuzlaması, üretim tekniklerinin hızlanması sonucu günlük yaşamda ve işyerlerinde kullanılan aygıtların büyük bir bölümü dijital elektronik devreli olarak üretilmeye başlamıştır. Dijital devreler hassas çalıştığı, az yer kapladığı, az güç harcadığı için tercih edilmektedir.

Bilgisayar, yazar kasa, barkod (çizgi kod) okuyucu, saat, telefon vb. gibi cihazların devrelerinin büyük bir bölümü dijital esaslıdır.

Sizlerde bu modülü aldıktan sonra dünya standartlarında lojik devreleri tanıyabilecek, tasarımını yapabilecek, lojik devrelerin sembolleri tanıyıp devre şemalarını kolaylıkla çizebilecek ve çizilmiş olan devre şemalarını da okuyabileceksiniz.

ÖĞRENME FAALİYETİ-1

AMAÇ

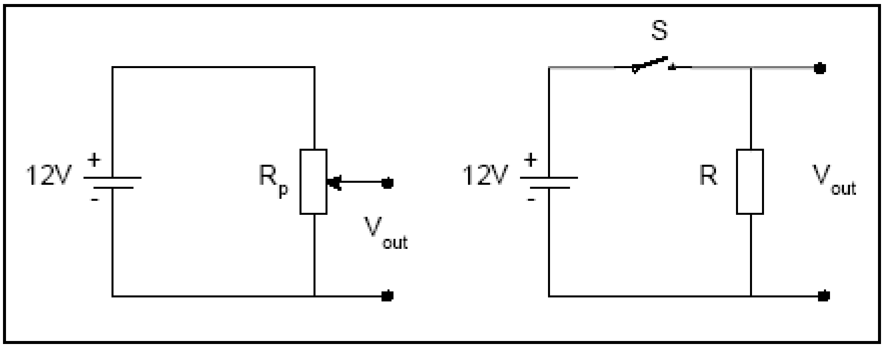
Lojik devrelerde kullanılan malzeme, araç ve gereçleri eksiksiz tanıyabileceksiniz.

ARAŞTIRMA

- Analog dijital kavramlarının ne olduğunu araştırınız? Bu kavramlara örnekler bulmak için tartışınız?
- Lojik devrelerin önemini, hangi alanlarda niçin kullanıldığını tartışınız.

1.1. Giriş

Günümüz Elektroniği Analog ve Sayısal olmak üzere iki temel türde incelenebilir. Analog büyüklükler sonsuz sayıda değeri içermesine rağmen Sayısal büyüklükler sadece iki değer alabilirler. Analog büyüklüklere örnek olarak basınç, sıcaklık gibi bir çok fiziksel büyüklüğü örnek olarak verebiliriz. Şekil1.1' deki elektrik devresinde çıkış gerilimi ayarlı direncin değiştirilmesi ile birlikte 0 ile 12 Volt arasında sonsuz sayıda değer alabilir. Şekil 2.2'deki devrenin çıkış gerilimi sadece iki gerilim seviyesinde tanımlanabilir. Eğer anahtar açıksa 0 Volt, anahtar kapalı ise 12 Volt devrenin çıkış geriliminin alabileceği değerlerdir.



Şekil 1.1: Analog değerler **Şekil 1.1:Analog değerler**

Sayısal bir sistemde bilgiler sinyal adı verilen fiziksel niceliklerle temsil edilir. Sayısal Sistemlerin çoğu sadece iki değeri olan sinyallerle çalışıyorsa bir hesap makinesinin sadece iki voltaj seviyesini kullanarak nasıl 1974 gibi bir sayıyı nasıl tanımlayabilmektedir.

Böyle bir sorunun cevabı ise Sayısal Sistemlerin normal hayatta kullandığımız Decimal (Onluk) sayı sistemini değil Binary (İkilik) tabanda kodlanmış sayı sistemini kullandığıdır.

Not: Digit sözcüğünün Türkçe karşılığı sayıdır.

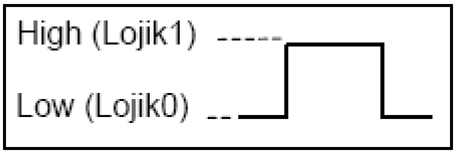
1.2. Sayısal Mantık Seviyeleri ve Dalga Formları

Sayısal Sistem iki gerilim seviyesine göre çalışır. Her Sayısal Sistemin bu iki gerilim seviyesine karşılık gelen bir biçimi olmalıdır. Bu nedenle Sayısal Devreler Binary (İkilik) Sayı sisteminde kullanılan 1 ve 0 ile tanımlanmak zorundadır. Bu Sayısal Sistemin girdilerinin ikilik koda dönüşmesini sağlar. Aşağıdaki Pozitif Mantık ifadelerini kullanarak Sayısal kavramları tanımlayabileceğiz. Örneğin bir anahtarın kapalı olması sayısal sistemde ‘1’ veya 5V’a eşit olacaktır.

Pozitif Mantık

Yüksek	Alçak
1	0
Doğru	Yanlış
+5V	0V
Kapalı	Açık

Bir kare dalganın yükseleme ve düşmesinin çok küçük zaman diliminde olduğu düşünülürse kare dalga sayısal sinyallere güzel bir örnek olabilir. Aşağıda bir kare dalga üzerindeki Lojik seviyeler gösterilmiştir.

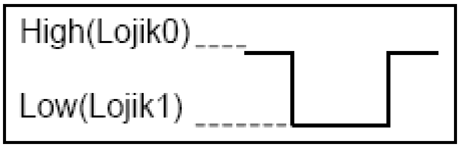


Şekil 1.3: Pozitif mantık sayısal sinyal

Sayısal devrelerde negatif mantık kullanımı bazı uygulamalarda tasarımcıya büyük kolaylıklar sağlamaktadır. Örneğin elektriksel gürültü problemi yaşanan sistemlerin tasarımında Negatif mantık kullanımı gürültü probleminin ortadan kalkmasını sağlayabilir.

Negatif Mantık

Yüksek	Alçak
0	1
Doğru	Yanlış
0V	+5V
Açık	Kapalı



Şekil 1.4: Negatif mantık sayısal sinyal

Bir önceki bölümde Sayısal Sistemlerin sadece iki gerilim seviyesinde çalıştığını ve bu nedenle gündelik hayatta kullandığımız sayı sistemleri yerine Binary (İkilik) sayı sisteminin kullanıldığını anlatılmıştı. Bir tasarımcı sayı sistemleri arasındaki ilişkiyi kavrayabilmek ve dönüşümlere hakim olabilmek zorundadır. Bu bölümde sayı sistemleri, dönüşümler, dört işlem ve sayısal sistemlerde kullanılan sayısal kodlar anlatılacaktır.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

ÖLÇME SORULARI

1. Analog sinyal ile dijital sinyallere örnek olabilecek birer sinyal şeklini çiziniz?

2. Pozitif lojik sinyal ile negatif lojik sinyalin şekillerini çiziniz?

DEĞERLENDİRME

Ölçme sorularının çözümü doğru ise bir sonraki faaliyete geçiniz. Çözümleriniz cevap anahtarına uygun değil ise ilgili konuyu tekrarlayınız.

DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ	Evet	Hayır
Analog işaretin izahını yapabilmek		
Dijital işaretin izahını yapabilmek		
Analog ve dijital dalga formlarını doğru bir şekilde çizmek		
Analog ve dijital sinyallerin karşılaştırmasını yapmak		

DEĞERLENDİRME

Cevaplarınızın tamamı evet ise diğer faaliyete geçiniz. Cevaplarınız arasında hayır var ise ilgili konuyu tekrarlayınız.

ÖĞRENME FAALİYETİ-2

AMAÇ

Dijital elektronik devrelerin tasarımı, üretim ve onarım süreçlerini anlayabilmek için matematik kurallarını ve sayıları bilmek şarttır. Bu bölümde dijital devrelerde kullanılan sayı sistemleri hakkında temel bilgiler verilmesi amaçlanmaktadır.

ARAŞTIRMA

- Gündelik hayatta kullandığımız sayı sisteminin ne olduğunu araştırınız?
- İnternetten kütüphanelerden ve çevrenizden sayı sistemleri, çeşitleri hakkında bilgiler toplayınız, bu sayı sistemlerinin kullanıldığı yerleri araştırınız?

2. SAYI SİSTEMLERİ

2.1. Decimal (Onluk) Sayı Sistemi

2.1.1. Decimal (Onluk) Tam Sayılar

Decimal(Onlu) Sayı sistemi günlük hayatta kullandığımız 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 rakamlarından oluşur. Decimal(Onlu) Sayı sisteminde her sayı bulunduğu basamağa göre değer alır. Sistemin tabanı 10'dur.

Örnek:

128 sayısı ;

$128 = 1x10^2 + 2x10^1 + 8x10^\circ$

128 = 1x100 +2x10 + 8x1

128 = 100 + 20 + 8 şeklinde yazılacaktır.

Örnekten görüldüğü gibi Decimal(Onlu) bir sayıda her basamak farklı üstel ifadelerle gösterilmiştir. Bu üstel ifade o basamağın ağırlığı olarak adlandırılır. O halde Decimal(Onlu) bir sayıyı analiz ederken basamaklardaki rakam ile basamak ağırlığını çarpmamız gerekiyor. Örnekte 3. basamaktaki 1 sayısı 100 ile, 2. basamaktaki 2 sayısı 10 ile ve 1. Basamaktaki 8 sayısı 1 ile çarpılır. Her basamaktaki çarpım sonucu toplanarak analiz sonlandırılır.

Not: 10°=1 olduğu unutulmamalı.

	n. basamak	4. basamak	3. basamak	2. basamak	1. basamak
Üstel değer	10^{n-1}	10^3	10^2	10^1	10°
Ağırlık	10^{n-1}	1000	100	10	1

Örnek:

Decimal(Onlu) 2784 sayısının analizini yapalım;

2784= $2x10^3+7x10^2+8x10^1+4x10$°

2784=2x1000+3x100+8x10+4x1

2784=2000+700+80+4

2784=2784 şeklinde tanımlayabiliriz.

2.1.2. Ondalıklı Decimal(Onlu) Sayılar

Eğer verilen Decimal (Onlu) sayı ondalıklı ise bu durumda normal analiz işlemi devam eder yalnız ondalıklı ifadeyi 0'ı takip eden negatif sayılarla tanımlarız.

Örnek:

568,25 sayısının analizini yapınız.

568,25= $5x10^2+6x10^1+8x10$° $+2x10^{-1}+5x10^{-2}$

568,25=5x100+6x10+8x1+2x(1/10) +5x(1/100)

568,25=500+60+8+0,2+0,05

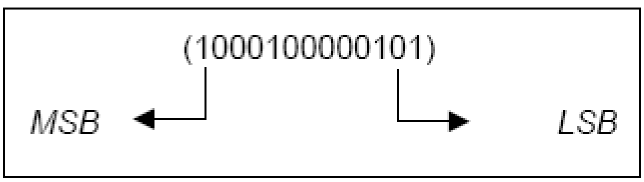
568,25=568,25

Şeklinde tamamlanabilir.

2.2. Binary (İkilik) Sayı Sistemi

Binary (İkilik) Sayı sisteminin tabanı 2'dir.Ve bu sistemde sadece "0" ve "1" rakamları kullanılmaktadır. Binary Sayı sisteminde' de Decimal(Onlu) Sayı sisteminde olduğu gibi her sayı bulunduğu basamağın konum ağırlığı ile çarpılır.

Binary(İkilik) Sayı Sisteminde bulunan her '0' veya '1' rakamları BİT (BInary DigiT) adı ile tanımlanır. Binary(İkili) sayılar yazılırken en sağdaki basamağa en düşük değerlikli bit (Least Significant Bit-LSB),en soldaki basamağa en yüksek değerlikli bit (Most Significant Bit-MSB) adı verilir.



Decimal(Onlu) Sayılıları sadece iki rakamdan oluşan Binary (İkilik) sayılarla tanımlayabilmemiz sayısal sistemlerin iki voltaj seviyesini kullanarak farklı büyüklükleri tanımlanmasının anlaşılmasını sağlamaktadır.

2.2.1. Binary Sayıların Yazılışı ve Decimal Sayılara Çevrilmesi

Binary sayıların yazımında tabanın iki olduğu unutulmamalıdır. Binary (ikili) sayıları Decimal (Onlu) sayılara dönüştürürken her bir bit basamak ağırlığı ile çarpılıp bu sonuçların toplanması gerekir.

	n.basamak	4.basamak	3.basamak	2.basamak	1.basamak
Üstel değer	2^{n-1}	2^3	2^2	2^1	2^0
Ağırlı	2n-1	8	4	2	1

Birkaç örnekle hem Binary sayıların yazımını ve Decimal(Onlu) sayılara dönüşümünü inceleyelim.

Örnek: $(1010)_2=(?)_{10}$

$$(1010)_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$
$$(1010)_2 = 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1$$
$$(1010)_2 = 8 + 0 + 2 + 0$$
$$(1010)_2 = 10$$

Örnek: $(11001)_2 = (?)_{10}$

$$(11001)_2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$
$$(11001)_2 = 16 + 8 + 0 + 0 + 1$$
$$(11001)_2 = 25$$

Not: Binary (İkilik) sayıların Decimal(Onlu) karşılıkları bulunurken her basamak kendi basamak ağırlığı ile çarpılır. Çarpım sonuçları toplanarak dönüşüm tamamlanır.

Örnek: Aşağıda verilen Binary(İkilik) sayıların Decimal (Onlu) karşılıklarını bulunuz.

a) $(101)_2 = (\quad)_{10}$

b) $(1101)_2 = (\quad)_{10}$

c) $(10011)_2 = (\quad)_{10}$

d) $(01111)_2 = (\quad)_{10}$

e) $(1001001)_2 = (\quad)_{10}$

f) $(11001100)_2 = (\quad)_{10}$

2.2.2. Ondalıklı Binary Sayıların Decimal Sayılara Dönüştürülmesi

Ondalıklı Binary (ikilik) sayıları Decimal (onlu) sayılara dönüştürmek için izlenilecek yol çarpım iki metodudur. Ondalıklı kısma kadar olan kısmı normal analiz yöntemini kullanarak dönüştürürken ondalıklı kısmın basamak ağırlığı 0'ı takip eden negatif sayılar olarak belirlenir.

Örnek: $(111,101)_2 = (?)_{10}$

$$(111,101)_2 = 1x2^2+1x2^1+1x2^0+1x2^{-1}+0x2^{-2}+1x2^{-3}$$
$$(111,101)_2 = 1x4+1x2+1x1+1x{}^1/_2+0x{}^1/_4+1x{}^1/_8$$
$$(111,101)_2 = 4+2+1+0,5+0+0,125$$
$$(111,101)_2 = (7,625)_{10}$$

Örnek:

Aşağıda verilen Ondalıklı Binary (İkilik) sayıların Decimal(Onlu) karşılıklarını bulunuz.

a- $(10,01)_2 = (\quad)_{10}$

b- $(101,10)_2 = (\quad)_{10}$

c- $(1,1101)_2 = (\quad)_{10}$

d- $(110,11)_2 = (\quad)_{10}$

e- $(1001,101)_2 = (\quad)_{10}$

f- $(11,001)_2 = (\quad)_{10}$

2.2.3. Decimal Sayıların Binary Sayılara Çevrilmesi

Decimal(Onlu) sayıları Binary(İkilik) sayılara çevirirken "Bölme-2" metodu kullanılır. Çıkan sonuç tersinden yazılır.

Örnek: (33)10 = (?) 2

Bölünen	Bölüm	Kalan		
33÷2	16	1	LSB	
16÷2	8	0		
8÷2	4	0		
4÷2	2	0		
2÷2	1	0		
1÷2	0	1	MSB	$(100001)_2$

(33)10 = (100001)2

Bölünen	Bölüm	Kalan
172÷2	86	0
86÷2	43	0
43÷2	21	1
21÷2	10	1
10÷2	5	1
5÷2	2	1
2÷2	1	0
1÷2	0	1

Örnek: $(172)_{10}$ = (?) $_2$

$(172)_{10} = (10111100)_2$ sonucu elde edilir.

Aşağıda Tablo 2.1'de 0'dan 15'e kadar olan Decimal (Onlu) sayıların Binary (İkilik) karşılıkları verilmiştir.

Decimal	Binary
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

Tablo 2.1:0 ile 15 arası decimal sayıların binary karşılığı

İkili sayı sistemi, sayısal sistemlerin bilgiyi tanımlayabilmesi için yeterli olmasına rağmen fazla sayıda basamak kullanılması, bu sayı sistemi ile ilgili işlemlerin çok uzun sürmesi hata olasılığını beraberinde getirmektedir.

Örnek:

Aşağıda verilen Decimal sayıların Binary karşılıklarını bulunuz.

a- $(13)_{10}$	= ($)_2$
b- $(78)_{10}$	= ($)_2$
c- $(239)_{10}$	= ($)_2$
d- $(256)_{10}$	= ($)_2$
e- $(512)_{10}$	= ($)_2$
f- $(1971)_{10}$	= ($)_2$

2.2.4. Ondalıklı Decimal Sayıların Binary Sayılara Dönüştürülmesi

Ondalıklı Decimal (Onlu) Sayıların Binary (İkilik) karşılıkları bulunurken ondalıklı kısma kadar olan bölüm için normal çevirim yöntemi uygulanır. Ondalıklı kısım, kesirli kısmın sıfıra veya sıfıra yakın bir değere ulaşıncaya kadar 2 ile çarpılır.

Örnek: $(7,8125)_{10} = (\ ?\ )_2$ Ondalıklı decimal(onluk) sayısının binary (ikilik) karşılığını yazınız.

Çözüm: İlk önce tam kısımlar daha sonra ondalıklı kısımları çevirelim.

Bölüm	Kalan	
7÷2= 3	1	
3÷2= 1	1	$(7)_{10}$ = (111 $)_2$
1÷2= 0	1	

0,8125 × 2	0, 625 × 2	0,250 × 2	0,500 × 2
1,625	1,250	0,500	1,000
↓	↓	↓	↓
1	1	0	1

Yazım sırası $(0{,}8125)_{10}$ = (0,1101 $)_2$ olarak gösterilebilir.

$(7{,}8125)_{10}$=(111,1101) olarak yazılabilir.

Örnek: Aşağıdaki Ondalıklı Decimal sayıları Binary Sayılara dönüştürün;

a-$(0{,}125)_{10}$ = ($)_2$
b-(11,1451)10 = ( )2
c-(125,65)10 = ( )2

2.2.5. Binary Sayı Sistemi Aritmetiği

2.2.5.1. Binary Sayılarda Toplama

Binary (İkilik) sayı sistemindeki temel toplama kuralları;

0+0	= 0	→ Elde 0	Toplam 0
0+1	= 1	→ Elde 0	Toplam 1
1+0	= 1	→ Elde 0	Toplam 1
1+1	= 10	→ Elde 1	Toplam 0
1+1+1	= 11	→ Elde 1	Toplam 1

Şeklinde belirtilebilir. Binary sayı sisteminde de iki sayı toplandığında eğer sonuç bir haneye sığmıyorsa bir elde(cary) oluşur.

Örnek: Aşağıdaki iki Binary(İkilik) Sayıyı toplayınız.

(011 $)_2$ +$(001)_2$ =(? $)_2$

Çözüm: (011 $)_2$ +$(001)_2$ Toplama işlemine Decimal (Onluk) Sayılarda olduğu gibi önce en düşük basamaktan başlarız.

$$\begin{array}{rccc} & 1 & 1 & \\ & 0 & 1 & 1 \\ + & 0 & 0 & 1 \\ \hline & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

Toplam Elde

En sağdaki sütun	1 + 1 = 0 1	oluşan elde bir üst basamakla toplanır
Ortadaki sütün	1 + 1 + 0 = 0 1	oluşan elde bir üst basamakla toplanır
En soldaki sütun	1 + 0 + 0 = 1 0	

Not: Eğer en yüksek değerlikli basamakların toplamında bir elde oluşmuş olsaydı, bu toplam sonucunun en yüksek değerlikli biti olarak karşımıza çıkardı.

Örnek: Aşağıda verilen toplama işlemlerini yapınız.

a) $(101)_2$ + $(11)_2$ = $(\quad)_2$

b) $(110)_2$ + $(100)_2$ = $(\quad)_2$

c) $(1111)_2$ + $(111)_2$ = $(\quad)_2$

d) $(1111)_2$ + = $(\quad)_2$

e) $(100001)_2$ $(11111)_2$ + $(11)_2$ = $(\quad)_2$

2.2.5.2. Binary Sayılarda Çıkarma

Binary (İkilik) sayı sistemindeki temel çıkarma kuralları;

0-0 =0	—►	Borç 0	Sonuç 0
1-1=0	—►	Borç 0	Sonuç 0
1-0=1	—►	Borç 0	Sonuç 1
0 - 1=1	—►	Borç 1	Sonuç 1

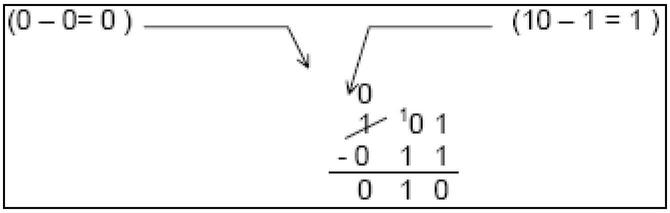
Şeklinde belirtilebilir. Binary sayı sisteminde de küçük değerlikli bir basamaktan büyük değerlikli bir basamak çıkarıldığında, bir üstteki basamaktan bir borç (borrov) alınır ve çıkarma işlemi tamamlanır.

Örnek: Aşağıda verilen iki Binary(İkilik) sayıyı çıkarın.

$$\begin{array}{rr} (011)_2 & 5 \\ -\ (001)_2 & -\ 3 \\ \hline (010)_2 & 2 \end{array}$$

Bir alt basamağa 1 borç verildiğinden

Bir üst basmaktan borç alındığında bu sütun 10 olur



Örnek: Aşağıda verilen çıkarma işlemlerini yapınız.

a)	**$(11)_2$**	**b)**	**$(100)_2$**	**c)**	**$(101)_2$**	**d)**	**$(1010)_2$**
	- $(10)_2$		**- $(011)_2$**		**- $(011)_2$**		**- $(0011)_2$**
	($)_2$		**($)_2$**		**($)_2$**		**($)_2$**

2.2.5.3. Tamamlayıcı (Komplementer) Aritmetiği

Sayı sistemlerinde direkt çıkarma yapılacağı gibi Tamamlayıcı (Komplementer) yöntemiyle de çıkarma yapılabilir Tamamlayıcı (Komplementer) yöntemiyle çıkarma işlemi aslında bir toplama işlemidir. Bu işlemde bir üst basamaktan borç alınmaz. Her sayı sistemine ilişkin iki adet tümleyen (komplementer) bulunabilir. Bunlar; r sayı sisteminin tabanını göstermek üzere

1. ***r-1 Komplementer***
2. ***r Komplementer***

olarak gösterilebilir. Taban yerine konduğunda bu iki tümleyen (komplementer) Binary(İkilik) sayılarda 1. ve 2. Tümleyen (komplementer), Decimal(Onlu) sayılarda 9. ve 10. Tümleyen (komplementer) adını alır.

r-1 Tümleyen (komplementer)

n haneli bir tamsayı kısmı ve m haneli bir kesiri bulunan r tabanında bir N pozitif sayı için:

r-1. Komplementeri = $r^n - r^{-m} - N$ olur.

r. Tümleyen (komplementer)

n haneli bir tamsayı kısmı bulunan r tabanında bir N pozitif sayı için , N' in

r. Komplementeri = $r^n - N$

şeklinde bulunur.

Not: Binary sayılarda kolay bir yöntem olarak 2' ye tümleyen 1'e tümleyene "1" eklenerek elde edilebilir.

2'ye tümleyen = 1 e tümleyen +1

2.2.5.3.1. Bire-Tümleyenle Çıkarma İşlemi

Bir Binary(ikilik) sayının 1. Komplementeri basitçe her bir bitin tersinin alınması ile bulunur. İki Binary(İkilik) sayıyı 1.Tümleyen (komplementer) yardımı ile çıkarmak için;

- Çıkan sayının 1. Tümleyen (komplementer)i bulunur. 1. Tümleyen (komplementer) bulunurken çıkan sayı ile çıkarılan sayının basamak sayısının eşit olması gerekir.
- Çıkarılan sayı ile çıkan sayının 1. Tümleyen (komplementer)i toplanır.
- En büyük değerlikli basamakta elde 1 oluşursa bu işlem sonucunun pozitif olduğu anlamına gelir
- Doğru sonuca ulaşmak için elde 1 buradan alınarak en küçük değerlikli basamakla toplanır.
- Eğer elde 1 oluşmam ışsa sonuç negatiftir doğru cevabı bulmak için sonuç terslenerek yazılır.

Örnek: Aşağıdaki iki Binary(İkilik) sayıyı 1. Tümleyen (komplementer) yardımı çıkarın.

$(11001)_2$ Çıkan sayının 1.Tümleyen (komplementer)i $(10011)_2 \longrightarrow (01100)_2$

$-(10011)_2$

$$\begin{array}{r} 11001 \\ +\ 01100 \\ \hline 1\,00101 \\ +\qquad 1 \\ \hline (00110)_2 \end{array}$$

Eğer elde 1 oluşmuşsa sonuç pozitiftir ve gerçek sonuç eldenin en sağdaki basamağa eklenmesi ile bulunur.

Örnek: Aşağıdaki iki Binary(İkilik) sayıyı 1. Tümleyen (komplementer) yardımı çıkarın.

$(1001)_2$ Çıkan sayının 1.Tümleyen $(1101)_2 \longrightarrow (0010)_2$

$-(1101)_2$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ +\ 0010 \\ \hline 1011 \\ \\ -(0100)_2 \end{array}$$

Eğer elde 1 oluşmamışsa sonuç negatiftir ve gerçek sonuç çıkan sonucun terslenmesi ile bulunur.

Örnek: Aşağıdaki çıkarma işlemlerini 1. Tümleyen (komplementer) yöntemi ile gerçekleştirin.

a- $(10011)_2$	b- $(011011)_2$	c- (10001)
- $(10000)_2$	- $(100111)_2$	- $(111)_2$

2.2.5.3.2. İkiye -Tümleyenle Çıkarma İşlemi

Binary sayının 2. Tümleyen (komplementer)i o sayının 1. Tümleyene (komplementer) 1 eklenerek bulunur.

2.Tümleyen (komplementer)= 1. Tümleyen (komplementer)+1

İki Binary sayıyı 2. Tümleyen (komplementer) yardımı ile birbirinden çıkarmak için;

- Çıkan sayının 2. Tümleyen (komplementer)i bulunur. Çıkan sayı ile çıkarılan sayının basamak sayıları eşit olmalıdır.
- Çıkarılan sayı ile çıkan sayının 2. tümleyen (komplementer)i toplanır.
- Eğer toplama işlemi sonucunda en yüksek değerlikli basamakta bir elde oluşmuşsa çıkan sonuç pozitiftir, elde atılarak gerçek sonuca ulaşılır.
- Toplam sonucunda bir elde oluşmam ışsa sonuç negatiftir. Çıkan sonucun tersi alındıktan sonra 1 eklenerek gerçek sonuca ulaşılır.

Örnek: Aşağıdaki iki Binary(İkilik) sayıyı 2. Tümleyen (komplementer) yardımı çıkarın.

$(10100)_2$ 1. Tümleyen 10011 ------▶ 01100

$-(10011)_2$ (komplementer) + 1

2.Tümleyen ------▶ 01101

10011
+01101

10011 Eğer elde 1 oluşmuşsa sonuç pozitiftir ve gerçek sonuç eldenin atılması ile $(00110)_2$ olarak bulunur.

Örnek: Aşağıdaki iki Binary(İkilik) sayıyı 2. Tümleyen (komplementer) yardımı çıkarın.

$(10100)_2$ 1.Tümleyen 10011 ⟶ 01100

$-(10011)_2$ (komplementer) + 1

2.Tümleyen ⟶ 01101

11001
+ 01101
1 00110 Eğer elde 1 oluşmuşsa sonuç pozitiftir ve gerçek sonuç eldenin atılması ile bulunur.

⟶ $(00110)_2$

Örnek: Aşağıdaki çıkarma işlemlerini 2. Tümleyen (komplementer) yöntemi ile gerçekleştirin.

a- $(11101)_2$	b- $(001100)_2$	c- (11011)
$-(11010)_2$	$-(101000)_2$	$-\ (101)_2$

2.2.5.4. Binary Sayılarda Çarpma

Binary(İkilik) Sayılarla Çarpma işlemi Decimal(Onluk) sayı sisteminin aynısı olup temel çarpma kuralları aşağıdaki gibidir.

0 x 0 = 0
0 x 1 = 0
1 x 0 = 0
1 x 1 = 1

Örnek: Aşağıdaki iki Binary(İkilik) Sayıyının çarpımını hesaplayınız.

$(11)_2$	3	1 1
x $(11)_2$	x 3	x 1 1
	9	1 1
		+ 1 1
Çarpma işlemi Decimal sayılardaki gibi gerçekleşir.		1 0 0 1

Örnek: Aşağıda verilen çarpma işlemlerini gerçekleştirin.

a- $(11)_2$	b- $(100)_2$	c- $(101)_2$	d- $(1010)_2$
x $(10)_2$	x $(011)_2$	x $(011)_2$	x $(1001)_2$
$(11\ 0)_2$	$(1100)_2$	$(1111)_2$	$(1011010)_2$

Örnek: Aşağıda verilen çarpma işlemlerini gerçekleştirin?

a- $(111)_2$	b- $(110)_2$	c- $(1111)_2$	d- $(1011)_2$
x $(101)_2$	x $(110)_2$	x $(111)_2$	x $(1001)_2$
$(\qquad)_2$	$(\qquad)_2$	$(\qquad)_2$	$(\qquad)_2$

2.2.5.5. Binary Sayılarda Bölme

Binary(İkilik) Sayılarda kullanılan temel bölme kuralları aşağıdaki gibidir. Binary(İkilik) Sayılardaki bölme işlemi Decimal (Onluk) Sayı sisteminin aynısıdır.

Örnek: Aşağıdaki bölme işlemini gerçekleştirin. $(1100)_2$

$0 \div 0 = 0$
$0 \div 1 = 0$
$1 \div 0 = 0$
$1 \div 1 = 1$

$(1100)_2 \div (100)_2$

$$\begin{array}{r|l} 1100 & 100 \\ \hline -100 & 11 \\ \hline 0100 & \\ -100 & \\ \hline 00 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 4 \\ 12 & \\ \hline -12 & 3 \\ \hline 00 & \end{array}$$

Örnek: Aşağıda verilen bölme işlemlerini gerçekleştirin?

a- $(110)_2 \div (11)_2$
b- $(110)_2 \div (10)_2$
c- $(1101)_2 \div (1010)_2$

2.3. Oktal (Sekizlik) Sayı Sistemi

Sayısal Sistemler hernekadar ikilik sayı sistemini kullansalar da bir tasarımcı için Binary (İkilik) sayılarla işlem yapmak zahmetli bir işlem olması nedeniyle farklı sayı sistemlerinin kullanımı tasarımcılar arasında yaygınlaşmıştır. Kullanılan bu sayı sistemlerinden Octal (Sekizli) Sayı sisteminin tabanı sekiz olup 0,1,2,3,4,5,6,7 rakamları bu sayı sisteminde kullanılır.

2.3.1. Octal Sayıların Yazılışı ve Decimal Sayılara Çevrilmesi

Octal (Sekizli) sayıları Decimal(Onlu) sayılara çevirmek için her sayı bulunduğu basamağın konum ağırlığı ile çarpılır. Bu çarpım sonuçları toplanarak sonuç elde edilir.

	n.basamak	4.basamak	3.basamak	2.basamak	1.basamak
Üstel değer	8^{n-1}	8^3	8^2	8^1	8°
Ağırlık	8^{n-1}	512	64	8	1

Örnek: $(47)_8 = (?)_{10}$ dönüşümünü gerçekleştirin?

$(47)_8 = 4x8^1+7x8^\circ$

$(47)_8 = 4x8+7x1$

$(47)_8 = 32+7$

$(47)_8 = (39)_{10}$

Örnek: Aşağıda verilen Octal (Sekizli) sayıların Decimal (Onluk) karşılıklarını bulunuz.

a-$(13)_8$	= (	$)_{10}$
b-$(78)_8$	= (	$)_{10}$
c-$(139)_8$	= (	$)_{10}$
d-$(512)_8$	= (	$)_{10}$
e-$(1971)_8$	= (	$)_{10}$

2.3.2. Ondalıklı Octal Sayıların Decimal Sayılara Çevrilmesi

Ondalıklı Octal(Sekizli) sayıları Decimal (onluk) sayılara dönüştürmek için izlenilecek yol çarpım 8 metodudur. Ondalıklı kısma kadar olan kısmı normal analiz yöntemini kullanarak dönüştürürken ondalıklı kısmın basamak ağırlığı 0'ı takip eden negatif sayılar olarak belirlenir.

Örnek: $(153,51)_8 = (?)_{10}$ dönüşümünü gerçekleştirin?

$(153,51)_8 = 1x8^2+5x8^1+3x8^{\circ}+5x8^{-1}+1x8^{-2}$

$(153,51)_8 =$
$1x64+5x8+3x1+5x0,125+1x0,0156$

$(153,51)_8 = 64+40+3+0,625+0,0156$

$(153,51)_8 = (103,6406)_{10}$

Örnek: Aşağıda verilen Ondalıklı Octal(Sekizli) sayıların Decimal (Onluk) karşılıklarını bulunuz.

a-(19,25)8 = ($)_{10}$

b-$(137,45)_8$ = ($)_{10}$

2.3.3. Decimal Sayıların Octal Sayılara Çevrilmesi

Decimal (Onluk) sistemden Octal (Sekizli) sisteme dönüşüm "Bölme-8 metodu ile yapılır. Çıkan sonuç tersinden yazılır.

Örnek:

$(247)_{10} = (\ ?\ )_8$

Bölünen	Bölüm	Kalan		
247÷8	30	7	LSB	
30÷8	3	6		
3÷8	0	3	MSB	$(367)_8$

a-$(13)_{10}$	= ($)_8$
b-$(78)_{10}$	= ($)_8$
c-$(239)_{10}$	= ($)_8$
d-$(512)_{10}$	= ($)_8$
e-$(1971)_{10}$	= ($)_8$

Örnek: Aşağıda verilen Decimal (Onluk) sayıların Octal (Sekizli) karşılıklarını bulunuz.

2.3.4. Ondalıklı Decimal Sayıların Octal Sayılara Çevrilmesi

Ondalıklı Decimal (Onlu) Sayıları Octal (Sekizli) sayılara dönüştürürken ondalıklı kısma kadar olan bölüm için normal çevirim yöntemi uygulanır. Ondalıklı kısım ise 8 ile çarpılır. Bu işlem kesirli kısım sıfıra veya yakın bir değere ulaşıncaya kadar devam eder.

Örnek: $(153{,}513)_{10}$ = (? $)_8$

İlk önce tam kısımlar daha sonra ondalıklı kısımları çevirelim.

Bölünen	Bölüm	Kalan	
153÷8	19	1	LSB
19÷8	2	3	
3÷8	0	2	MSB → $(231)_8$

0,513	0,104	0, 832	0,656	0,248
× 8	× 8	× 8	× 8	× 8
4,104	0,832	6,656	5,248	1,984
4	0	6	5	1

$(0{,}513)_{10}$ = $(0{,}40651)_2$ olarak gösterilebilir.

$(153{,}513)_{10}$ = $(231{,}40651)_2$

Örnek: Aşağıda verilen Ondalıklı Decimal (Onluk) sayıların Octal (Sekizli) karşılıklarını bulunuz.

a-$(13{,}132)_{10}$ = ($)_8$

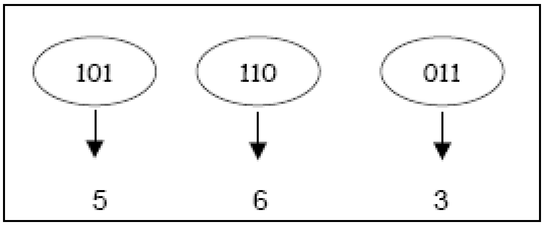
b-$(1971{,}56)_{10}$ = ($)_8$

2.3.5. Binary Sayıların Octal Sayılara Çevrilmesi

Binary (İkilik) sayıları Octal (Sekizli) sayılara dönüştürürken, Binary sayı sağdan başlayarak sola doğru üçerli gruplara ayrılır. Her grubun Octal karşılığı bulunarak çevirme işlemi tamamlanmış olur.

Örnek: $(101110011)_2 = (\ ?\ )_8$

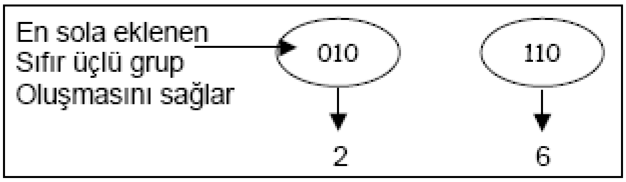
İlkönce Binary sayı sağdan sola doğru üçerli gruplara ayrılır:



Bu üçerli grupların Octal Karşılıkları yazılarak işlem tamamlanır.

$(101110011)2= (563)_8$

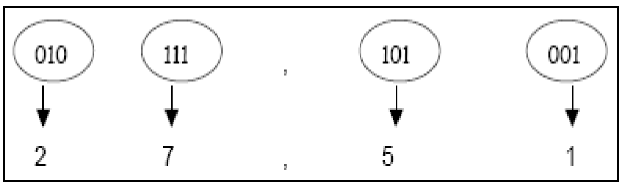
Örnek: $(10110)_2 = (?)_8$



$(10110)_2 = (\ 26\ )_8$ dönüşümü sağlanır.

Tam ve kesirli kısmı olan bir Binary sayı halinde tam kısım için, virgülden başlayarak sola doğru, kesirli kısım içinse virgülden başlayarak sağa doğru üçerli gruplar hazırlanır.

Örnek: $(010111{,}101001)_2 = (?)_8$



Tam kısmı sağdan sola doğru, ondalıklı kısmı soldan sağa doğru üçerli gruplara ayıralım.

$$(010111,101001)_2 = (27,51)_8$$

Örnek: Aşağıdaki Binary (İkilik) Octal dönüşümlerini gerçekleştirin?

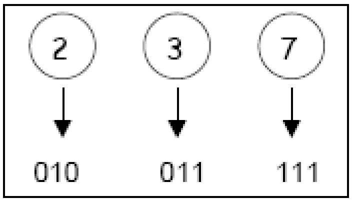
a-$(11)_2$ = ($)_8$
b-$(11011)_2$ = ($)_8$
c-$(101111)_2$ = ($)_8$
d-$(111,11)_2$ = ($)_8$
e-$(1110,101)_2$ = ($)_8$

2.3.6. Octal Sayıların Binary Sayılara Çevrilmesi

Octal (Sekizli) sayıları Binary (İkilik) sayılara; her Octal (Sekizli) sayının üç bitlik Binary (İkilik) karşılığı yazılması ile çevirim gerçekleştirilir.

Örnek: $(237)_8 = (?)_2$

Her Octal Sayıyı üç bitlik Binary karşılıkları ile ifade edelim.



$(237)_8 = (010011111)_2$ şeklinde bulunur.

Aşağıda Tablo 2.3'de 0'dan 15'e kadar olan Decimal(Onlu) ve Binary(İkilik) sayıların Octal (Sekizlik) karşılıkları verilmiştir.

Decimal	Binary	Octal
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	10
9	1001	11
10	1010	12
11	1011	13
12	1100	14
13	1101	15
14	1110	16
15	1111	17

Tablo 2.2: Decimal- binary ve oktal sayıların karşılıkları

Örnek: Aşağıdaki Binary (İkilik) Octal dönüşümlerini gerçekleştirin

a-$(16)_8$	= (	$)_8$
b-$(110)_8$	= (	$)_8$
c-$(1763)_8$	= (	$)_8$
d-$(37618)_8$	= (	$)_8$

2.3.7. Octal Sayı Sistemi Aritmetiği

2.3.7.1. Octal Sayılarda Toplama

Decimal sayı sistemindeki bütün toplama kuralları Octal sayı sisteminde de geçerlidir.

Örnek: Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştirin.

$(263)_8$	İşlemin	1.	Haneler	3+7=2	Elde1
+ $(157)_8$	yapılışı	2.	Haneler	Elde1+6+5=4	Elde1
$(442)_8$		3.	Haneler	Elde1+2+1=4	

Bu aritmetik işlemi, sekizli sayıyı bilinen bir sayı sistemine dönüştürerek gerçekleştirebiliriz. Aşağıda Octal sayının Binary karşılıkları yazılarak Aritmetik işlem gerçekleştirilmiştir.

$(2\ 6\ 3)_8 \rightarrow 010\ 110\ 011 \qquad (1\ 5\ 7)_8 \rightarrow 001\ 101\ 111 \longrightarrow$

$$
\begin{array}{r}
(010110011)_2 \\
+\ (001101111)_2 \\
\hline
(100100010)_2
\end{array}
\qquad
\begin{array}{ccc}
100 & 100 & 010 \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow \\
4 & 4 & 2
\end{array}
$$

Örnek: Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştirin

a- $(17)_8$	b- $(260)_8$	c- $(1736)_8$
+ $(33)_8$	+ $(21)_8$	+ $(345)_8$
($)_8$	($)_8$	($)_8$

2.3.7.2. Octal (Sekizli) Sayılarda Çıkarma

Decimal sayı sistemindeki bütün çıkarma kuralları Octal sayı sisteminde geçerlidir.

Örnek: Aşağıda verilen çıkarma işlemini gerçekleştirin.

a- $(514)_8$	İşlemin	1. Haneler	4-2=2
- $(452)_8$	yapılışı	2. Haneler	(Borç8+1)-5=4
$(042)_8$		3. Haneler	Kalan4 -4=0

Örnek: Aşağıda verilen çıkarma işlemlerini gerçekleştiriniz.

a- $(57)_8$	b- $(1347)_8$	c- $(2642)_8$
- $(43)_8$	-$(1274)_8$	- $(6114)_8$
$(\quad)_8$	$(\quad)_8$	$(\quad)_8$

2.4. Hexadecimal (Onaltılı) Sayı Sistemi

Hexadecimal (Onaltılık) sayı sisteminin tabanı 16 olup,0-9'a kadar rakamlar ve A-F' ye kadar harfler bu sayı sisteminde tanımlıdır. Bu sayı sisteminde rakamlar bu sembollerin yan yana yazılmasından elde edilir. Hanelerin basamak ağırlıkları sağdan sola doğru 16'nın artan kuvvetleri belirtilir. Aşağıdaki tablo 0-15 arası Decimal (Onlu) sayıların Hexadecimal karşılıklarını vermektedir.

Decimal	Hexadecimal	Decimal	Hexadecimal
0	0	8	8
1	1	9	9
2	2	10	A
3	3	11	B
4	4	12	C
5	5	13	D
6	6	14	E
7	7	15	F

Tablo 2.4: 0-15 arası decimal sayıların hexadecimal karşılıkları

2.4.1. Hexadecimal Sayıların Yazılışı ve Decimal Sayılara Çevrilmesi

	n.basamak	.....	3.basamak	2.basamak	1.basamak
Üstel değer	16^{n-1}	....	16^2	16^1	16^0
Ağırlık	16^{n-1}	....	256	16	1

Hexadecimal (Onaltılık) sayıları Decimal (Onlu) sayılara çevirmek için her sayı bulunduğu basamağın konum ağırlığı ile çarpılır. Bu çarpım sonuçları toplanarak sonuç elde edilir

Örnek: $(39)_{16} = (?)_{10}$ dönüşümünü gerçekleştiriniz.

$$(39)_{16} = 3x16^1+9x16^\circ$$

$$(39)_{16} = 48+9$$

$$(39)_{16} = (57)_{10}$$

Örnek: $(1A3)_{16} = (?)_{10}$ dönüşümünü gerçekleştirin?

$$(1A3)_{16} = 1x16^2+Ax16^1+3x16^\circ$$

A=10 ise

$$(1A3)_{16} = 1x256+10x16+3x1$$

$(1A3)_{16}$ = 256+160+3

$(1A3)16 = (419)_{10}$

Örnek: Aşağıda verilen Hexadecimal (Onaltılık) sayıların Decimal (Onluk) karşılıklarını bulunuz.

a- $(13)_{16}$ = ($)_{10}$
b- $(B8)_{16}$ = ($)_{10}$
c- $(1C9)_{16}$ = ($)_{10}$
d- $(ABF)_{16}$ = ($)_{10}$

2.4.2. Ondalıklı Hexadecimal Sayıların Decimal Sayılara Çevrilmesi

Ondalıklı Hexadecimal (Onaltılık) sayıları Decimal (onluk) sayılara dönüştürmek için izlenilecek yol "Çarpım 16" metodudur. Ondalıklı kısma kadar olan bölüm normal analiz yöntemini kullanarak dönüştürülürken ondalıklı kısmın basamak ağırlığı 0'ı takip eden negatif sayılar olarak belirlenir.

Örnek:

$(A,3)_{16} = (?)_{10}$ dönüşümünü gerçekleştirin?

$(A,3)_{16} = Ax16° + 3x16^{-1}$

$(A,3)_{16}$ = 10x1+3x0,0625

$(A,3)_{16}$ = 10+0,1875

$(A,3)_{16} = (10,1875)_{10}$

2.4.3. Decimal Sayıların Hexadecimal Sayılara Çevrilmesi

Decimal(Onlu) sistemden Hexadecimal (Onaltılık) sisteme dönüşüm "Bölme-16 metodu ile yapılır. Çıkan sonuç tersinden yazılır.

Örnek:

$(1357)_{10} = (?)_{16}$

$(1357)_{10} = (?)_{16}$

Bölünen	Bölüm	Kalan		
1357÷16	84	13(D)	LSB	
84÷16	5	4		
5÷16	0	5	MSB	$(54D)_{16}$

$(1357)_{10} = (54D)_{16}$

Örnek: Aşağıda verilen Decimal (Onluk) sayıların Hexadecimal (Onaltılık) karşılıklarını bulunuz.

a- $(13)_{10}$ = ($\quad\quad$ $)_{16}$

b- $(78)_{10}$ = ($\quad\quad$ $)_{16}$

c- $(239)_{10}$ = ($\quad\quad$ $)_{16}$

d- $(1512)_{10}$ = ($\quad\quad$ $)_{16}$

2.4.4. Ondalıklı Decimal Sayıların Hexadecimal Sayılara Çevrilmesi

Ondalıklı Decimal (Onlu) Sayıları Hexadecimal (Onaltılık) sayılara dönüştürürken ondalıklı kısma kadar olan bölüm için normal çevirim yöntemi uygulanır. Ondalıklı kısım ise 16 ile çarpılır. Bu işlem kesirli kısım sıfıra veya sıfıra en yakın değere ulaşıncaya kadar devam eder.

Örnek: $(25{,}125)_{10}$ = $(?)_{16}$

İlk önce tam kısımlar daha sonra ondalıklı kısımları çevirelim.

Bölünen	Bölüm	Kalan		
25÷16	1	9	LSB	
1÷16	0	1	MSB	$(19)_{16}$

$$\begin{array}{r} 0{,}125 \\ \times \quad 16 \\ \hline 2{,}00 \end{array}$$

$(0{,}125)_{10}$ = $(0{,}2)_{16}$

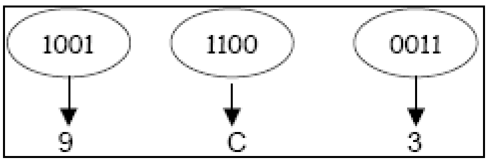
$(25{,}125)_{10}$ = $(19{,}2)_{16}$ olarak yazılır.

2.4.5. Binary Sayıların Hexadecimal Sayılara Çevrilmesi

Binary (İkilik) sayıları Hexadecimal (Onaltılık) sayılara dönüştürürken, Binary sayı sağdan başlayarak sola doğru dörderli gruplara ayrılır. Her grubun Hexadecimal karşılığı bulunarak çevirme işlemi tamamlanmış olur.

Örnek: $(100111000011)_2$= $(?)_{16}$

İlkönce Binary sayı sağdan sola doğru dörderli gruplara ayrılır:

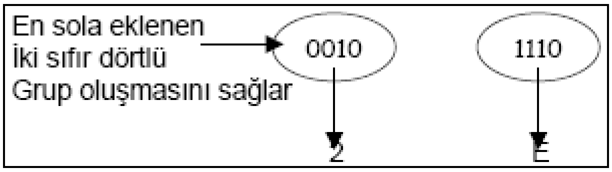


Bu dörderli grupların Hexadecimal karşılıkları yazılarak işlem tamamlanır.

$(100111000011)_2$= $(9C3)_{16}$

Not: Dörderli gruplandırmayı sağlamak için en sola gerektiği kadar "0" ilave edilir.

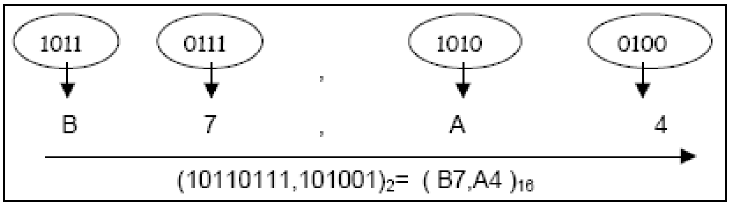
Örnek: $(101110)_2 = (?)_{16}$



$(10110)_2 = (\ 2E\ )_{16}$ dönüşümü sağlanır.

Tam ve kesirli kısmı olan bir Binary sayı halinde tam kısım için, virgülden başlayarak sola doğru, kesirli kısım içinse virgülden başlayarak sağa doğru dörderli gruplar hazırlanır.

Örnek: $(10110111{,}101001)_2 = (?)_{16}$



Tam kısmı sağdan sola doğru, ondalıklı kısmı soldan sağa doğru dörderli gruplara ayıralım

Örnek: Aşağıdaki Binary (İkilik) Hexadecimal (Onaltılık) dönüşümlerini gerçekleştiriniz.

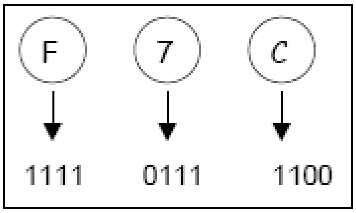
a- $(17)_2$ =($)_{16}$
b- $(101111)_2$ =($)_{16}$
c- $(1110{,}101)_2$ =($)_{16}$

2.4.6. Hexadecimal Sayıların Binary Sayılara Çevrilmesi

Hexadecimal (Onaltılı) sayıları Binary (İkilik) sayılara; her Hexadecimal (Onaltılı) sayının dört bitlik Binary (İkilik) karşılığı yazılması ile çevirim gerçekleştirilir.

Örnek: $(F7C)_{16} = (?)_2$

Her Hexadecimal Sayıyı dört bitlik Binary karşılıkları ile ifade edelim.



$F7C)_{16} = (111101111100)_2$ şeklinde bulunur.

Örnek: Aşağıdaki Hexadecimal (Onaltılı) Binary (İkilik) dönüşümlerini gerçekleştiriniz.

a-$(16)_{16}$ = $(\quad\quad)_2$

b-$(CB1)_{16}$ = $(\quad\quad)_2$

c-$(1763)_{16}$ = $(\quad\quad)_2$

d-$(FA18)_{16}$ = $(\quad\quad)_2$

Aşağıda Tablo 2.5'de 0'dan 15'e kadar olan Decimal (Onlu) ve Binary (İkilik), Octal (Sekizlik) sayıların Hexadecimal (Onaltılık) karşılıkları verilmiştir.

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Tablo 2.5: 0 dan 15'e kadar olan decimal sayıların binary, octal ve hexadecimal karşılıkları

2.4.7. Hexadecimal Sayı Sistemi Aritmetiği

2.4.7.1. Hexadecimal Sayılarda Toplama

Hexadecimal sayılarla iki şekilde toplama işlemini gerçekleştirebiliriz. Birinci yöntem sayının direk toplanması, diğer bir yöntem ise Hexadecimal sayının herhangi bir sayı sistemine dönüştürülmeden toplama işleminin gerçekleştirilmesi. Aşağıdaki örnekte her iki şekilde gösterilmektedir.

Örnek: Aşağıda verilen toplama işlemlerini gerçekleştiriniz.

a- $(A17)_{16}$	İşlemin	1. Haneler	3+7=10(A)
+ $(1F3)_{16}$	yapılışı $\longrightarrow$	2. Haneler	1+F=0 — Elde 1
$(C0A)_{16}$		3. Haneler	Elde 1+A+1=C

Hexadecimal sayıları da ikili sayılara çevrilerek toplama işlemi gerçekleştirilebilir.

Örnek: Aşağıdaki iki Hexadecimal sayıyı ikilik sayılara çevirerek toplayınız.

$$\begin{array}{r} (56B)_{16} \\ \underline{+\ (47A)_{16}} \end{array}$$

Çözüm: İşlemler sırası ile;

$(56B)_{16}$ → 0101 0110 1011 $(47A)_{16}$ → 0100 0111 1010

$$\begin{array}{r} (010101101011)_2 \\ \underline{+(010001111010)_2} \\ (10011100101)_2 \end{array}$$

$(100111100101)_2$ → 9 E 5

$$\begin{array}{r} (56B)_{16} \\ \underline{+\ (47A)_{16}} \\ \underline{(9E5)_{16}} \end{array}$$

Örnek: Aşağıdaki iki Hexadecimal sayıyı ikilik sayılara çevirerek toplayın.

a- $(2101)_{16}$	b- $(DEB0)_{16}$	c- $(7FFF)_{16}$	d- $(6734)_{16}$
$+\ (CE)_{16}$	$+\ (1C0)_{16}$	$+\ (7FF)_{16}$	$+\ (A7C9)_{16}$
$(\quad)_{16}$	$(\quad)_{16}$	$(\quad)_{16}$	$(\quad)_{16}$

2.4.7.2. Hexadecimal Sayılarda Çıkarma

2.4.7.2.1. Hexadecimal Sayılarda Genel Çıkarma İşlemi

Temel çıkarma kuralları geçerli olmak üzere Hexadecimal (Onaltılık) sayılarla çıkarma işlemi yaparken sayıların direk çıkarılması, tümleyen aritmetiği gibi yöntemler izlenebileceği gibi bilinen bir sayı sistemine dönüşümü gerçekleştirerek bu sayı sisteminde çıkarma işlemi yapılabilir.

Örnek: Aşağıda verilen çıkarma işlemini gerçekleştiriniz.

Çözüm:

Hexadecimal B yerine 11 sayısını yazarız.

Hexadecimal A yerine 10 sayısını yazarız

a- $(56B)_{16}$	İşlemin	1. Haneler	11 -10=1
$-\ (47A)_{16}$	yapılışı	2. Haneler	(Borç16+6)-7=15(F)
$(0F1)_{16}$		3. Haneler	Kalan4 -4=0

Hexadecimal sayılarda ikilik sayılara çevrilerek çıkarma işlemi gerçekleştirilebilir.

2.4.7.2.2. Hexadecimal Sayılarda Tümleyen Yöntemi İle Çıkarma İşlemi

Hexadecimal sayılar 15. ve 16. olmak üzere iki adet tümleyen (komplementer)e sahiptir. Bu iki Tümleyen (komplementer) yardımı ile çıkarma işlemi gerçekleştirmek için ;

Hexadecimal Sayının 15. Tümleyen (komplementer)i her basamağın " F" sayısından çıkarılması il,

- Hexadecimal Sayının 16. Tümleyen (komplementer)i 15. Tümleyen (komplementer)e 1 eklenerek ,

Hexadecimal sayıların Komplementeleri bulunur.

Örnek: Aşağıda verilen Hexadecimal sayının 15. Tümleyen (komplementer)ini bulunuz.

$(C51)_{16}$ Sayının 15.Komplementeri

$$\begin{array}{r} F\ F\ F \\ -\ C\ 5\ 1 \\ \hline (3\ A\ E)_{16} \end{array}$$

Örnek: Aşağıda verilen Hexadecimal sayının 16. Komplementerini bulunuz.

$(1B3)_{16} \rightarrow$ Sayının 15.Komplementeri

$$\begin{array}{r} F\ F\ F \\ -\ 1\ B\ 3 \\ \hline (E\ 4\ C)_{16} \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} E\ 4\ C \\ +\ \ \ \ 1 \\ \hline (E\ 4\ D)_{16} \end{array}$$

Hexadecimal (Onaltılık) sayıları Tümleyen yardımıyla çıkarmak için;

- Çıkan sayının 15. veya 16. Tümleyen (komplementer)i bulunur.
- Ana sayı ile çıkan sayının15. veya 16. Tümleyen (komplementer)i toplanır.
- Toplam sonunda bir elde oluşmuşsa sonuç pozitiftir;
  - İşlem 15. Tümleyen (komplementer) yardımı ile yapılıyorsa oluşan elde en
    sağdaki basamak ile toplanarak gerçek sonuca ulaşılır.
  - İşlem 16. Tümleyen (komplementer) yardımı ile yapılıyorsa oluşan bu elde dikkate alınmaz.
- Toplam sonunda bir elde oluşmamışsa sonuç negatiftir;
  - İşlem 15. Tümleyen (komplementer) yardımı ile yapılıyorsa gerçek sonuç oplam sonucunun 15. Tümleyen (komplementer)idir.
  - İşlem 16. Tümleyen (komplementer) yardımı ile yapılıyorsa gerçek sonuç toplam sonucunun 16. Tümleyen (komplementer)dir.

Örnek: Aşağıda verilen Hexadecimal (0naltılık) sayıları tümleyen (komplementer) yardımıyla çıkarın.

$$\begin{array}{r} (784)_{16} \\ -\ (62A)_{16} \\ \hline (\qquad)_{16} \end{array}$$

Çözüm: Bu işlem için öncelikle hangi tümleyen (komplementeri) kullanacağımıza karar vermeliyiz. Bu işlem için 15. tümleyen (komplementeri) kullanalım.

$(62A)_{16}$	Sayının 15.Komplementeri	F F F - 6 2 A $(9\ D\ 5)_{16}$

Bir sonraki işlem olarak ana sayı ile çıkan sayının 15. tümleyeni (komplementer) ile toplayalım.

$$\begin{array}{r} 784 \\ +\ 9D5 \\ \hline 1159 \end{array}$$

İşlemin	1.	Haneler	5+4=9	
yapılışı	2.	Haneler	8+D=5	Elde1
	3.	Haneler	1+7+9=1	Elde1

Oluşan bu elde sonucu pozitif olduğunu gösterir. 15. tümleyen (komplementer) kullandığımızdan gerçek sonuç toplam sonucuna bu eldenin eklenmesi ile bulunur.

159
+ 1 --------- Elde toplam sonucuna eklenir
$(15A)_{16}$

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

ÖLÇME SORULARI

1. $(0,375)_{10}$ sayısını ikili sayı sistemine çeviriniz.

$(0,375)_{10} = (?)_2$

2. $(101,01)_2$ şeklindeki ikili sayıyı onlu sayıya çeviriniz.

$(101,01)_2 = (?)$

3. $(707,1)_8$ sayısını ikilik sayı sistemine çeviriniz.

$(707,1)_8 = (?)_2$

4. $(AF,8)_{16}$ sayısını onluk sayı sistemine çeviriniz.

$(AF,8)_{16} = (?)_{10}$

5. $(1100110,11)_2$ sayısını onaltılık sayı sistemine çeviriniz.

$(1100110,11)_2 = (?)_{16}$

PERFORMANS DEĞERLENDİRME

DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ	Evet	Hayır
Dijital elektronikte kullanılan sayı sistemlerini biliyor mu?		
Sayı sistemlerinin birbirine dönüşümünü biliyor mu?		
Sayı sistemlerine ait dört işlemi yapabiliyor mu?		
Sayı sistemlerinde ondalıklı sayılarla ilgili işlemleri yapabiliyor mu?		
Sayı sistemlerinde sayının tümleyenini kullarak işlem yapabiliyor mu?		

DEĞERLENDİRME

Performans değerlendirmede tüm sorulara cevabınız evet ise diğer faaliyete geçiniz. Performans değerlendirmede cevaplarınız arasında hayır var ise ilgili konuyu tekrarlayınız.

ÖĞRENME FAALİYETİ-3

AMAÇ

Dijital elektronik devrelerin tasarımı, üretim ve onarım süreçlerini anlayabilmek için matematik kurallarını ve sayıları bilmek şarttır. Bu bölümde dijital devrelerde kullanılan sayı sistemleri hakkında temel bilgiler verilmesi amaçlanmaktadır.

ARAŞTIRMA

- Lojik kapılar nedir? Nerelerde kullanılır, lojik kapıların elektriksel eşdeğer devrelerini araştırınız? Sınıfta arkadaşlarınız ile tartışınız?

3. LOJİK KAPILAR

Sayısal devrelerin tasarımında kullanılan temel devre elemanlarına Lojik kapılar adı verilir. Bir lojik kapı bir çıkış, bir veya birden fazla giriş hattına sahiptir. Çıkışı, giriş hatlarının durumuna bağlı olarak Lojik-1 veya Lojik-0 olabilir. Bir Lojik kapının girişlerine uygulanan sinyale bağlı olarak çıkışının ne olacağını gösteren tabloya doğruluk tablosu (truth table) adı verilir. VE(AND), VEYA(OR), DEĞİL(NOT), VEDEĞİL(NAND), VEYADEĞİL(NOR), ÖZELVEYA(EXOR) ve ÖZELVEYA DEĞİL(EXNOR) temel lojik kapılardır.

3.1. Doğruluk Tabloları (Truth Table)

Doğruluk tabloları sayısal devrelerin tasarımında ve analizinde kullanılan en basit ve faydalı yöntemdir. Doğruluk tablosu giriş değişkenlerinin alabileceği olası bütün durumlar için çıkış ifadesinin ne olduğunu gösteren tablodur. Bir doğruluk tablosunda eğer n sayıda giriş değişkeni varsa bu değişkenler olası 2^n sayıda değişik durum alabilirler. Örneğin bir sayısal devrenin iki (n=2) giriş değişkeni varsa bu değişkenlerin alabileceği durum sayısı $2^2=4$ iken, üç giriş değişkeni (n=3) için $2^3=8$ farklı durum yazılabilir. Sayısal devreleri tasarlarken en önemli işlerden birisi doğruluk tablosunun oluşturulmasıdır. Doğruluk tablosu oluştururken belli bir amaç için tasarlanacak devrenin giriş değişken sayısı bulunduktan sonra bu giriş değişkenlerinin alacağı olası durumlarda devre çıkışının ne olması gerektiği tabloya yazılmalıdır.

Aşağıda Tablo 3.1'de A ve B iki giriş değişkeni, Q ise çıkışı göstermek üzere iki giriş değişkeni için oluşturulmuş olan doğruluk tablosu verilmiştir.

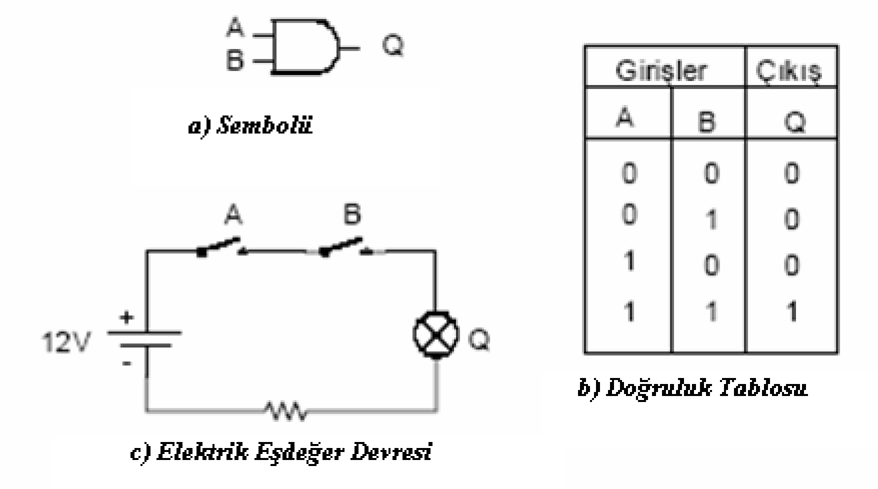
GİRİŞLER		*ÇIKIŞ*
A	*B*	*Q*
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tablo 3.1: İki giriş değişkenli doğruluk tablosu

3.2. Mantık Kapıları (Logic Gates)

3.2.1. VE Kapısı (AND GATE)

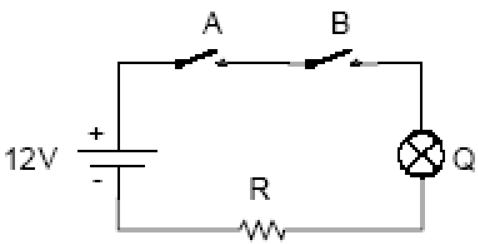
VE kapısının bir çıkış, iki veya daha fazla giriş hattı vardır. Şekil 3.1'de iki giriş, bir çıkışlı VE kapısının sembolü, doğruluk tablosu ve elektrik eşdeğer devresi verilmiştir.



Şekil 3.1: İki girişli VE kapısı

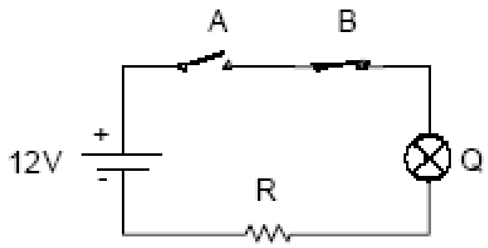
Bir VE kapısının çalışmasını elektrik eşdeğer devresi yardımı ile açıklayalım

I- r A ve B anahtarları açık ise (A=0, B=0) lamba yanmayacaktır (Q=0).

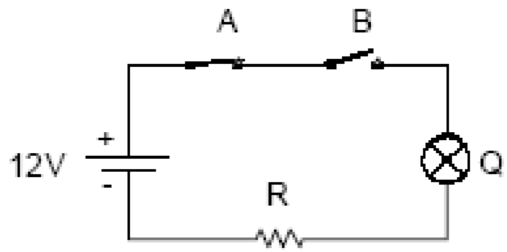


Şekil 3.2: A ve B girişlerinin 0 olduğu durum

II- Eğer A anahtarı açık (A=0), B anahtarı kapalı(B=1) ise, lamba yanmayacaktır. (Q=0) .

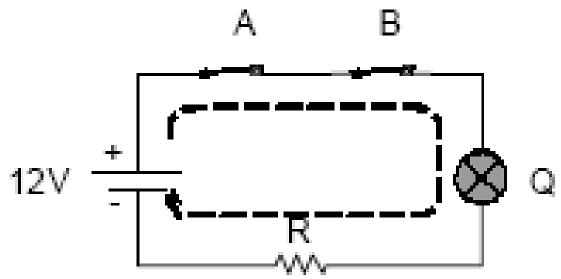


Şekil 3.3: A girişinin 0, B girişinin 1 olduğu durum



III-Eğer A anahtarı kapalı (A=1),B anahtarı açık (B=0) ise, lamba yanmayacaktır (Q=0) .

Şekil 3.3: A girişinin 1, B girişinin 0 olduğu durum



Şekil 3.3: A ve B girişlerinin 1 olduğu durum

IV- Eğer A ve B anahtarları kapalı (A=1,B=1) ise, lamba yanacaktır (Q=1).

Çıkış Boolen ifadesi şeklinde *Q= A. B* yazılır. *"Q eşit A VE B"* şeklinde okunur. Buna göre bir VE kapısının çalışması şöyle özetlenebilir;

" *Bir VE kapısının girişlerinin tamamı lojik-1 ise çıkışı lojik-1, eğer girişlerden biri veya tamamı lojik-0 ise çıkış lojik-0 olur."*

Örnek: Üç-girişli bir VE kapısına ait Lojik ifadeyi yazarak doğruluk tablosunu oluşturunuz.

Çözüm: Girişlere A,B,C dersek (n=3) oluşturulacak doğruluk tablosunda $2^3 = 8$ farklı durumun yazılması gerekir.

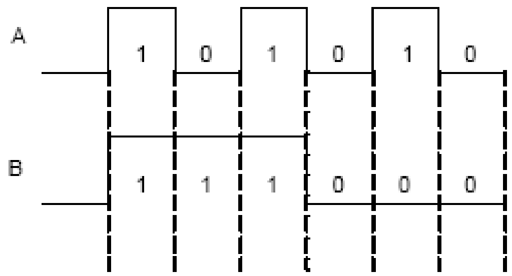
GİRİŞLER			ÇIKIŞ
A	**B**	**C**	**Q**
0	**0**	**0**	**0**
0	**0**	**1**	**1**
0	**1**	**0**	**0**
0	**1**	**1**	**1**
1	**0**	**0**	**0**
1	**0**	**1**	**1**
1	**1**	**0**	**0**
1	**1**	**1**	**1**

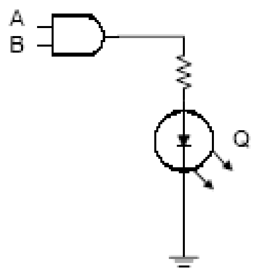
Lojik ifade ise; **Q=A.B.C** şeklinde olacaktır.

Örnek: Aşağıda dalga şekilleri verilen A ve B işaretleri bir VE kapısı girişlerine uygulanırsa;

a) Çıkış dalga şekli nasıl olacaktır?

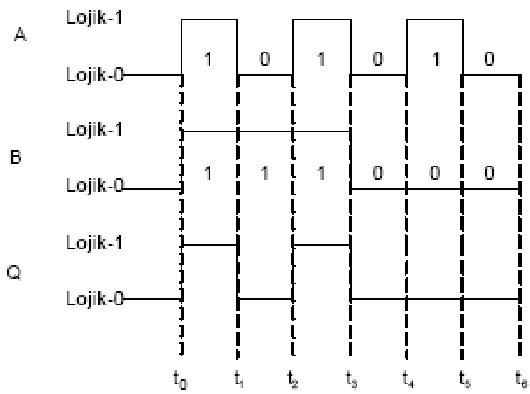
b) LED hangi zaman aralıklarında yanacaktır?





Çözüm:

a- Kapısının doğruluk tablosu yardımı ile çıkış;

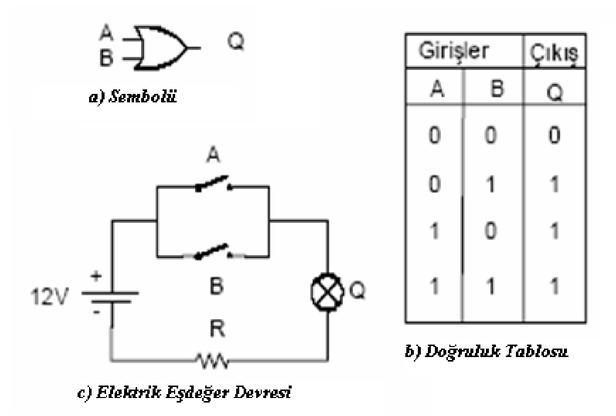


b- LED çıkış ifadesinin Lojik-1 olduğu zaman aralıklarında ışık verecektir.

t_0 - t_1 ⇨ LED ışık verir (Q=1)
t_1 - t_2 ⇨ LED ışık vermez (Q=0)
t_2 - t_3 ⇨ LED ışık verir (Q=1)
t_3 - t_4 ⇨ LED ışık vermez (Q=0)
t_4 - t_5 ⇨ LED ışık vermez (Q=0)
t_5 – t_6 ⇨ LED ışık vermez (Q=0)

3.2.2. VEYA Kapısı (OR GATE)

Bir VEYA kapısının iki veya daha fazla giriş, bir çıkış hattı vardır. Şekil-3.6'da iki giriş bir çıkışlı VEYA kapısının lojik sembolü, doğruluk tablosu ve elektrik eşdeğer devresi verilmiştir.

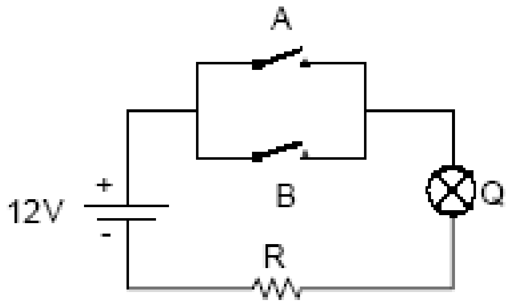


Girişler		Çıkış
A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Şekil 3.6: İki giriş bir çıkışlı VEYA kapısı

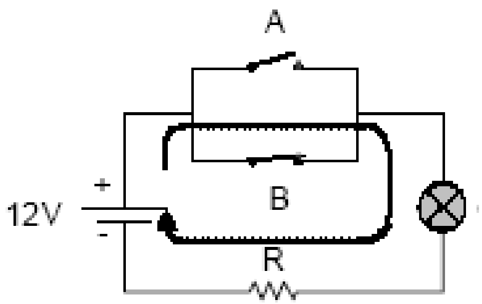
Elektrik eşdeğer devresi ile VEYA kapısının çalışmasını açıklayalım;

I- Eğer A ve B anahtarları açık ise (A=0, B=0) lamba yanmayacaktır Q=0 (Şekil3.7).



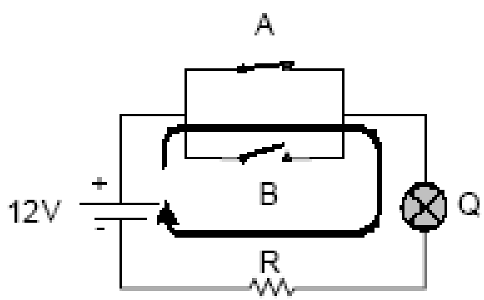
Şekil 3.7

II- Eğer A anahtarı açık (A=0), B anahtarı kapalı (B=1) ise, lamba yanacaktır Q=1 (Şekil 3.8)



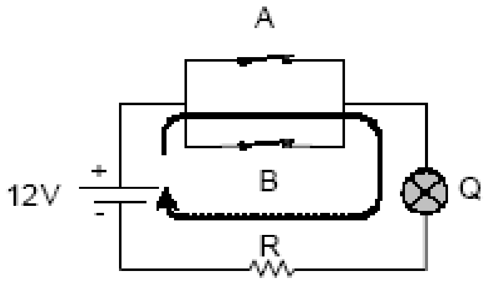
Şekil 3.8

III-Eğer A anahtarı kapalı (A=1), B anahtarı açık (B=0) ise, lamba yanacaktır Q=1 (Şekil 3.9).



Şekil 3.9

IV- Eğer A ve B anahtarları kapalı (A=1,B=1) ise, lamba yanacaktır Q=1 (Şekil 3.10).



Şekil 3.10

Çıkış Boolen ifadesi şeklinde ***Q=A + B*** *şeklinde yazılır."* ***Q eşit A VEYA B*** *" şeklinde okunur.*

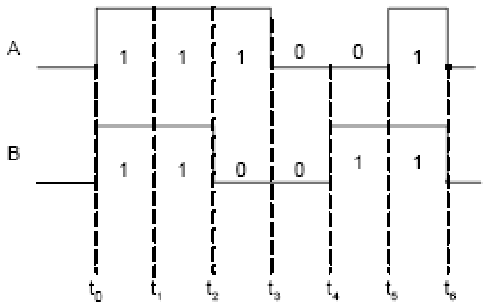
Bir VEYA kapısının çalışmasını şöyle özetleyebiliriz;

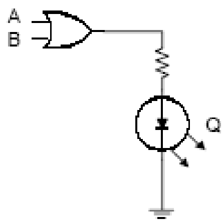
"Eğer bir VEYA kapısının girişlerinden biri veya tamamı Lojik-1 ise çıkış Lojik-1,heriki girişin birden Lojik-0 olması halinde çıkış Lojik-0 olur."

Örnek: Aşağıda dalga şekilleri verilen A ve B işaretleri bir VEYA kapısı girişlerine uygulanırsa;

a) Çıkış dalga şekli nasıl olacaktır?

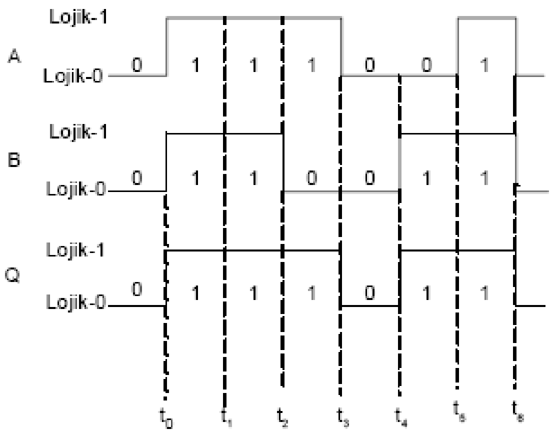
b) LED hangi zaman aralıklarında ışık verecektir.





Çözüm:

a- Doğruluk tablosu yardımıyla çıkış dalga şekli çizilirse;

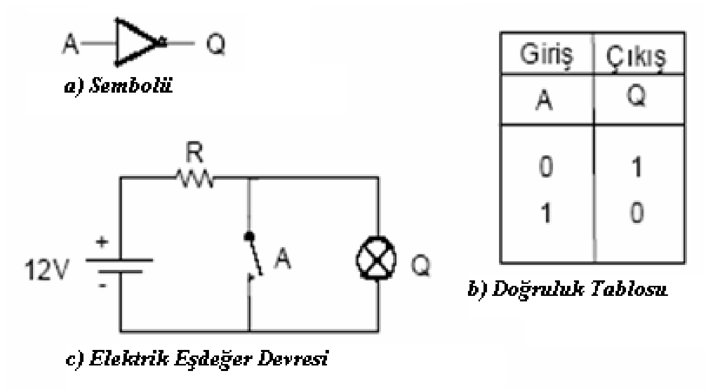


b- LED, çıkış dalga şeklinin Lojik-1 olduğu zamanlarda ışık verecektir.

t_0 - t_1 ⇨ LED ışık verir (Q=1)
t_1 - t_2 ⇨ LED ışık vermez (Q=1)
t_2 - t_3 ⇨ LED ışık verir (Q=1)
t_3 - t_4 ⇨ LED ışık vermez (Q=0)
t_4 - t_5 ⇨ LED ışık vermez (Q=1)
t_5 – t_6 ⇨ LED ışık vermez (Q=1)

3.2.3. Değil Kapısı (Not Gate-Inverter)

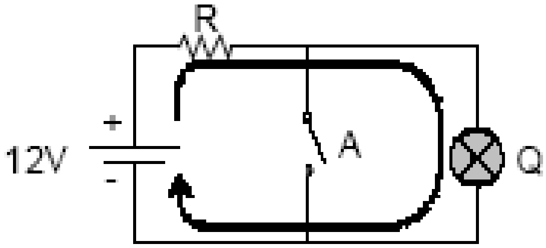
DEĞİL kapısı bir giriş ve bir çıkış hattına sahiptir. Çıkış işareti giriş işaretinin tersi (değili-tümleyeni) olur. Şekil 3.11'de standart değil kapısı sembolü, doğruluk tablosu ve elektrik eşdeğer devresi verilmiştir.



Şekil 3.11: DEĞİL (NOT) kapısı

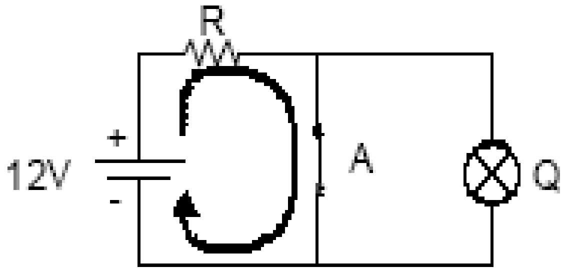
Elektrik eşdeğer devresi yardımıyla DEĞİL kapısının çalışmasını açıklayalım;

I- Eğer A anahtarı açıksa (A=0) akım devresini Q lambası üzerinden tamamlayacağından lamba yanacaktır(Q=1).



Şekil 3.12

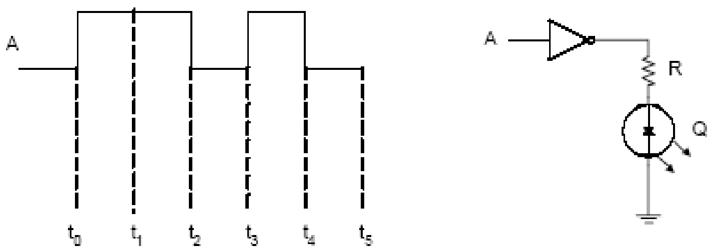
II-Eğer A anahtarı kapalı ise (A=1) akım devresini A anahtarı üzerinden tamamlayacağından lamba yanmayacaktır (Q=0)



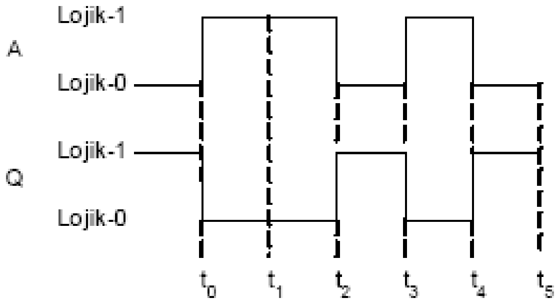
Şekil 3.13

*Çıkış Boolen ifadesi olarak **Q = A'** olarak yazılır. **"Q eşit A'nın değili"** şeklinde okunur.*

Örnek: Aşağıda verilen dalga şekli bir DEĞİL kapısı girişine uygulanırsa çıkış dalga şekli ne olur?

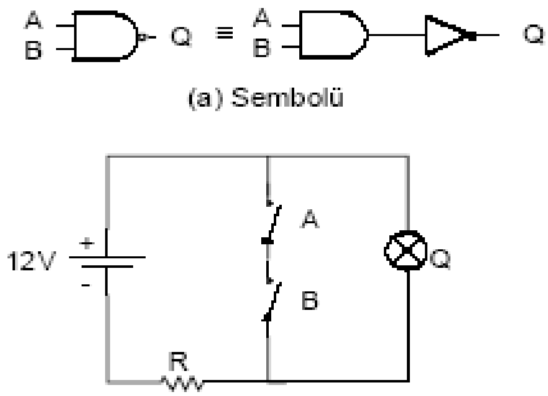


Çözüm: DEĞİL kapısının doğruluk tablosu yardımı ile çıkış dalga şekli aşağıdaki gibi olacaktır.



3.2.4. VE DEĞİL Kapısı (NAND GATE)

VE DEĞİL kapısının en az iki giriş ve bir çıkışı vardır. Lojik VE fonksiyonunun DEĞİL'i olarak tanımlayabiliriz. Şekil 3.14'te iki giriş, bir çıkışlı VEDEĞİL kapısının sembolü, doğruluk tablosu ve elektrik eşdeğer devresi verilmiştir.



(c) Elektrik eşdeğer devresi

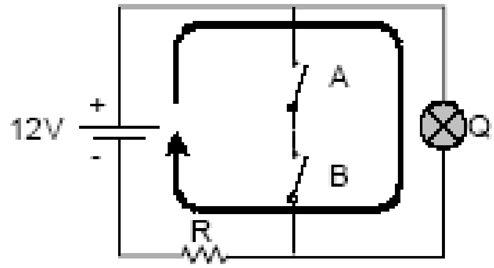
Girişler		Çıkış
A	B	Q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(b) Doğruluk Tablosu

Şekil 3.14: İki girişli VE DEĞİL kapısı

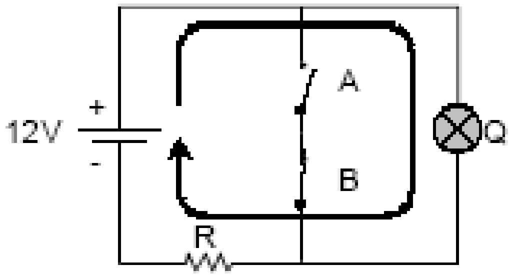
Elektrik eşdeğer devresi yardımı ile VEDEĞİL kapısının doğruluk tablosu elde edilebilir;

I- Eğer A ve B anahtarları açık (A=0,B=0) ise akım devresini Q lambası üzerinden tamamlar lamba yanar (Q=1).



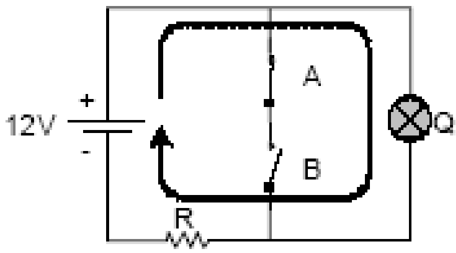
Şekil 3.15

II- Eğer A anahtarı açık(A=0), B anahtarı kapalı(B=1) ise akım devresini Q lambası üzerinden tamamlar lamba yanar(Q=1).



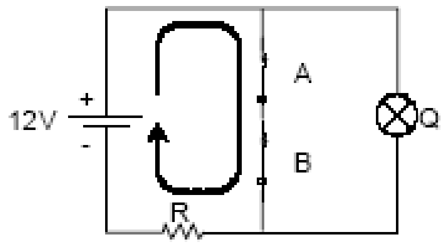
Şekil 3.16

III- Eğer A anahtarı kapalı(A=1), B anahtarı açık (B=0) ise akım devresini Q lambası üzerinden tamamlar lamba yanar (Q=1).



Şekil 3.17

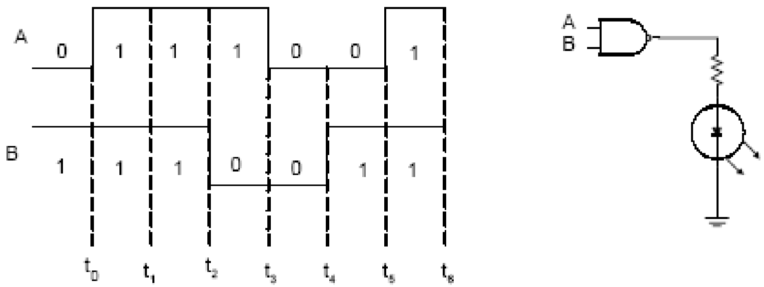
VI- Eğer A ve B anahtarları kapalı ise(A=1,B=1) ise akım devresini anahtar üzerinden tamamlar Q lambası yanmaz (Q=0).



Şekil 3.18

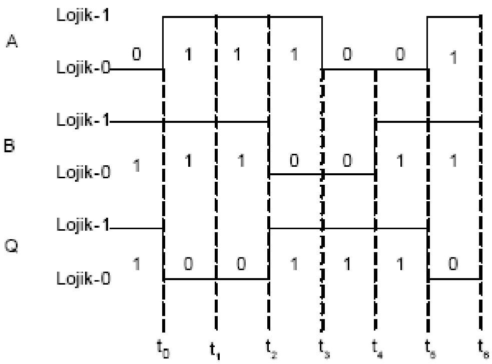
Çıkış Boolen ifadesi olarak $Q=\overline{A \cdot B}$ yazılır. **"Q eşit A VEDEĞİL B"** şeklinde okunur.

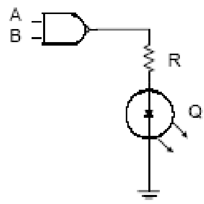
"VEDEĞİL kapısının girişlerinden birisi veya tamamı Lojik-0 ise çıkış Lojik-1, her iki giriş birden Lojik-1 ise çıkış Lojik-0 olur."



Örnek: Aşağıda verilen dalga şekilleri bir VE DEĞİL kapısı girişlerine uygulanırsa çıkış dalga şekli ne olur.

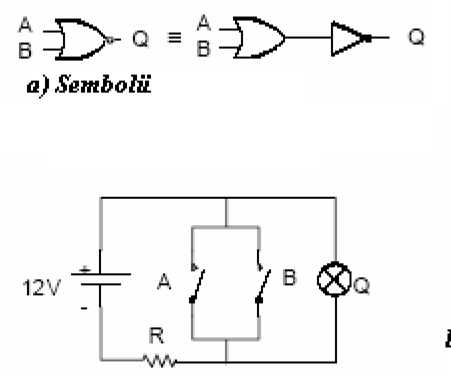
Çözüm: Girişlere uygulanan dalga şekillerinin Lojik seviyelerine bakılarak çıkış dalga şekli aşağıdaki gibi olacaktır


A
B
Q
Lojik-1
Lojik-0
Lojik-1
Lojik-0
Lojik-1
Lojik-0
0 1 1 1 0 0 1
1 1 1 0 0 1 1
1 0 0 1 1 1 0
t_0 t_1 t_2 t_3 t_4 t_5 t_6


A
B
R
Q

3.2.5. VEYA DEĞİL Kapısı (NOR GATE)

VEYA DEĞİL kapısının en az iki giriş ve bir çıkış hattı vardır. Lojik fonksiyon olarak VEYA fonksiyonunun DEĞİL'i olarak tanımlayabiliriz. Şekil 3.15'de iki giriş, bir çıkışlı VEYA DEĞİL kapısınn sembolü, doğruluk tablosu ve elektrik eşdeğer devresi verilmiştir.



a) Sembolü

c) Elektrik Eşdeğer Devresi

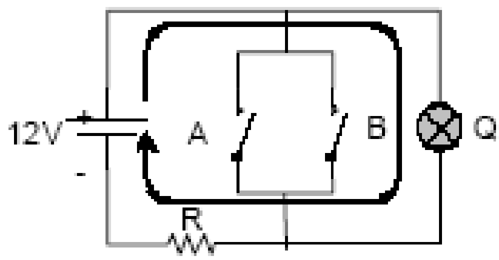
Girişler		Çıkış
A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

b) Doğruluk Tablosu

Şekil 3.19: İki girişli VE DEĞİL kapısı

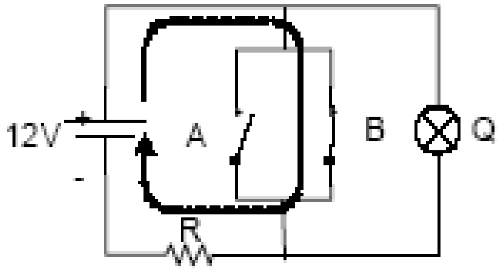
Elektrik eşdeğer devresi yardımı ile VEDEĞİL kapısının doğruluk tablosu elde edilebilir;

I - Eğer A ve B anahtarları açık (A=0, B=0) ise akım devresini Q lambası üzerinden tamamlar lamba yanar Q=1 (Şekil 3.20).



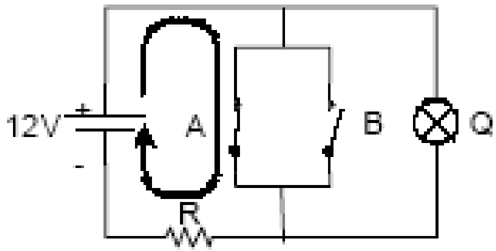
Şekil 3.20

II - Eğer A anahtarı açık(A=0), B anahtarı kapalı(B=1) ise akım devresini B anahtarı üzerinden tamamlar Q lambası yanmaz Q=0 (Şekil 3.21).



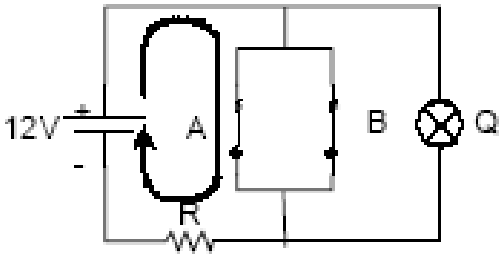
Şekil 3.21

III - Eğer A anahtarı kapalı (A=1), B anahtarı açık ise akım devresini A anahtarı üzerinden tamamlar Q lambası yanmaz Q=0 (Şekil 3.22).



Şekil 3.22

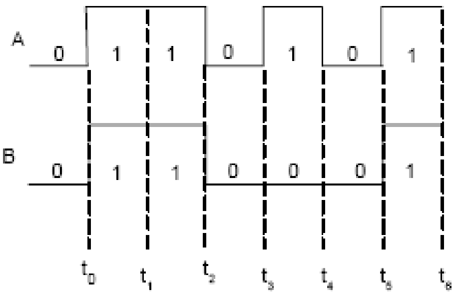
IV - Eğer A ve B anahtarları kapalı ise (A=1,B=1) ise akım devresini anahtar üzerinden tamamlar Q lambası yanmaz Q=0 (Şekil3.23).

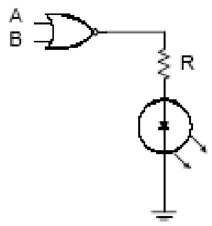


Şekil 3.23

Çıkış Boolen ifadesi olarak $Q = \overline{A+B}$ yazılır. **"Q eşit A VEYA DEĞİL B"** şeklinde okunur.

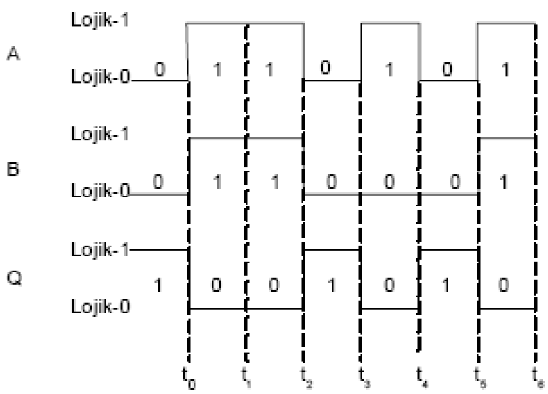
"VEYA DEĞİL kapısının girişlerinden birisi veya tamamı Lojik-1 ise çıkış Lojik-0, her iki giriş birden Lojik-0 ise çıkış Lojik-1 olur"





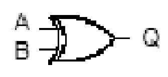
Örnek: Aşağıda verilen dalga şekilleri bir VEYA DEĞİL kapısı girişlerine uygulanırsa çıkış dalga şekli ne olur.

Çözüm: VEYA DEĞİL kapısının girişlerinden birisi veya tamamı Lojik-1 ise çıkış Lojik-0, her iki giriş birden Lojik-0 ise çıkış Lojik-1 oluyordu. Girişlere uygulanan dalga şekillerinin Lojik seviyelerine göre çıkış dalga şekli aşağıdaki gibi olacaktır.



3.2.6. Özel VEYA Kapısı (XOR GATE)

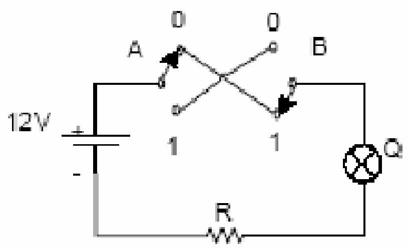
Bir ÖZEL VEYA kapısının iki veya daha fazla giriş, bir çıkış hattı vardır. Şekil-3.24'de iki giriş bir çıkışlı ÖZELVEYA kapısının lojik sembolü, doğruluk tablosu ve elektrik eşdeğer devresi verir.



a) Sembolü

Girişler		Çıkış
A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

b) Doğruluk Tablosu

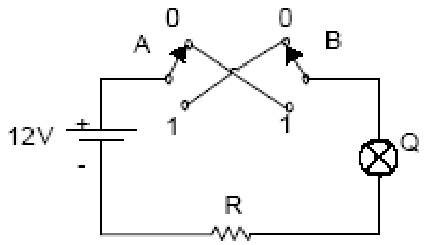


c) Elektrik Eşdeğer Devresi

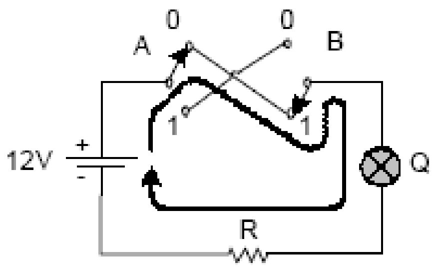
Şekil 3.24: İki girişli ÖZELVEYA kapısı

Elektrik eşdeğer devresi yardımı ile ÖZEL VEYA kapısının doğruluk tablosu elde edilebilir

I- Eğer A ve B anahtarları açık (A=0,B=0) ise akım devresini tamamlamaz ve lamba yanmayacaktır Q=0 (Şekil 3.25).



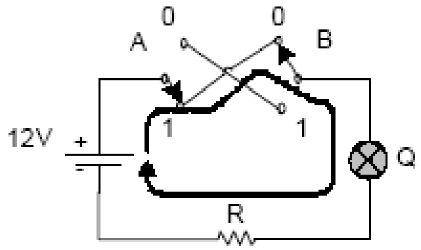
Şekil 3.25



II- Eğer A anahtarı açık(A=0), B anahtarı kapalı(B=1) ise akım devresini tamamlar Q lambası yanarQ=1 (Şekil 3.26).

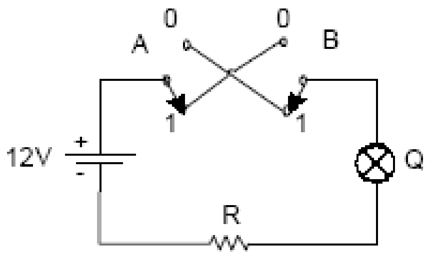
Şekil 3.26

III- Eğer A anahtarı kapalı (A=1), B anahtarı açık (B=0) ise akım devresini tamamlar Q lambası yanar Q=0 (Şekil 3.27).



Şekil 3.27

IV- Eğer A ve B anahtarları kapalı ise(A=1,B=1) ise akım devresini anahtar üzerinden tamamlar Q lambası yanmaz Q=0 (Şekil 3.28).

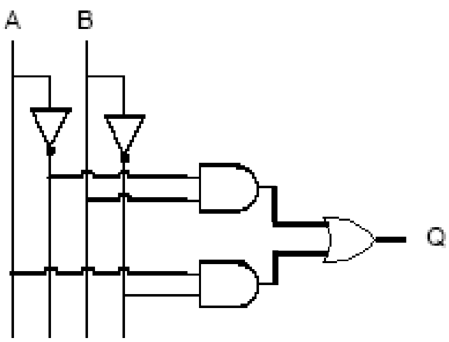


Şekil 3.28

Çıkış Boolen ifadesi olarak; veya şeklinde $Q = A \oplus B$ yazılır, **"Q eşit A ÖZEL VEYA B"** şeklinde okunur.

ÖZEL VEYA kapısı DEĞİL-VE-VEYA kapıları ile ifade edilebilir. Bu durumda bir ÖZEL VEYA fonsiyonunu;

$Q = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$ şeklinde tanımlayabiliriz.



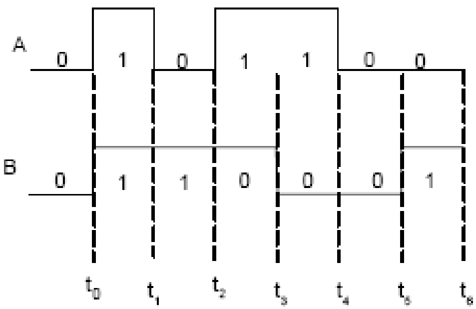
Şekil 3.29: DEĞİL-VE-VEYA kapıları ile oluşturulan Özel VEYA kapısı

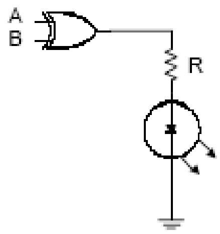
"ÖZEL VEYA kapısının girişleri aynı lojik seviyede ise çıkış Lojik-0, her iki giriş farklı lojik seviyede ise çıkış Lojik-1 olur."

Örnek:

a) Aşağıda verilen dalga şekilleri bir ÖZEL VEYA kapısı girişlerine uygulanırsa çıkış dalga şekli ne olur.

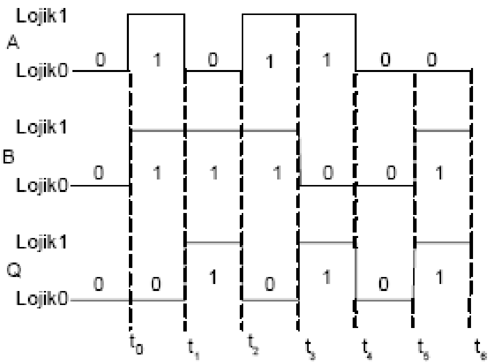
b) Çıkışa bir LED bağlanırsa hangi zaman aralıklarında LED ışık verecektir.





Çözüm:

a- ÖZEL VEYA kapısının girişleri aynı Lojik seviyede ise çıkış Lojik-0, her iki giriş farklı lojik seviyede ise çıkış Lojik-1 oluyordu. Girişlere uygulanan dalga şekillerinin Lojik seviyelerine göre çıkış dalga şekli aşağıdaki gibi olacaktır.

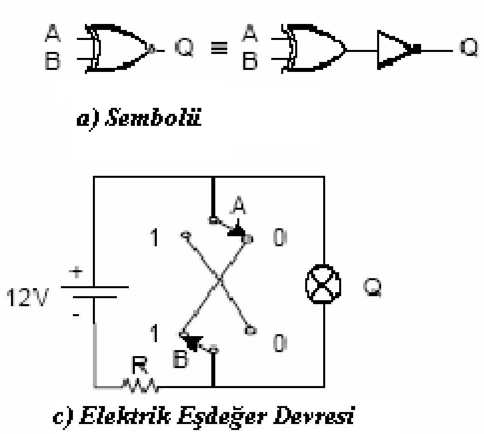


b - LED çıkışın Lojik-1 olduğu zaman aralıklarında ışık verecektir

$t_0 - t_1$ ⇒ LED ışık verir (Q=0)
$t_1 - t_2$ ⇒ LED ışık vermez (Q=1)
$t_2 - t_3$ ⇒ LED ışık verir (Q=0)
$t_3 - t_4$ ⇒ LED ışık vermez (Q=1)
$t_4 - t_5$ ⇒ LED ışık vermez (Q=0)
$t_5 – t_6$ ⇒ LED ışık vermez (Q=1)

3.2.7. Özel Veya Değil Kapısı (XNOR GATE)

Bir ÖZEL VEYA DEĞİL kapısının iki veya daha fazla giriş, bir çıkış hattı vardır. Lojik fonksiyon olarak ÖZEL VEYA işleminin değildir. Şekil-3.17'de iki giriş bir çıkışlı ÖZEL VEYA DEĞİL kapısının lojik sembolü, doğruluk tablosu ve elektrik eşdeğer devresi verilmiştir.



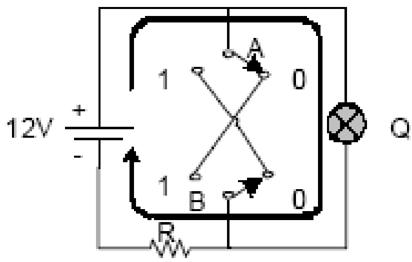
Girişler		Çıkış
A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

b) Doğruluk Tablosu

Şekil 3.30: İki girişli ÖZEL VEYA DEĞİL Kapısı

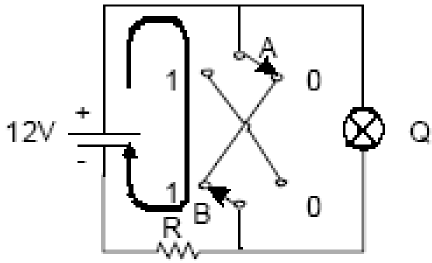
Elektrik eşdeğer devresi yardımı ile ÖZEL VEYA kapısının doğruluk tablosu elde edilebilir;

I- Eğer A ve B anahtarları "0" konumunda ise akım devresini lamba üzerinden tamamlar Q=1 (Şekil 3.31).



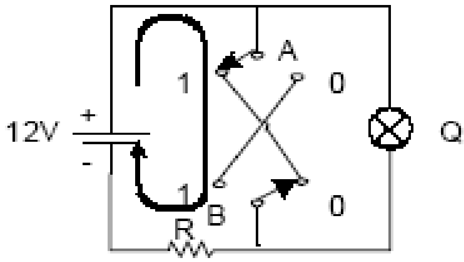
Şekil 3.31

II- Eğer A anahtarı "0"konumunda, B anahtarı "1" konumunda ise akım devresini anahtarlar üzerinden tamamlar Q lambası yanmaz Q=0 (Şekil 3.32).



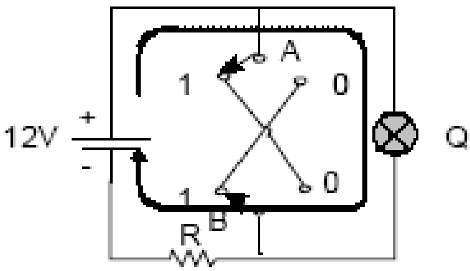
Şekil 3.32

III- Eğer A anahtarı kapalı(A=1), B anahtarı açık (B=0) ise akım devresini tamamlar Q lambası yanar Q=0 (Şekil 3.33).



Şekil 3.33

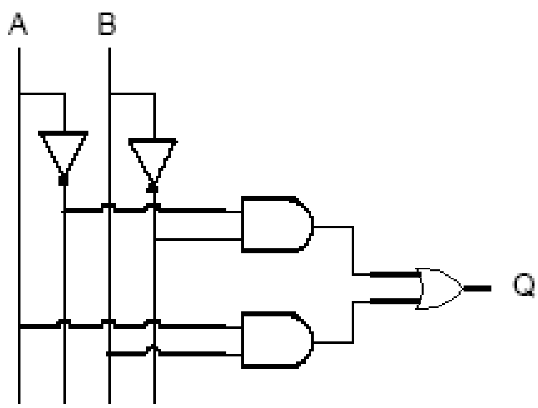
VI- Eğer A ve B anahtarları "1" konumunda ise akım devresini lamba üzerinden tamamlar Q=1 (Şekil 3.34).



Şekil 3.33

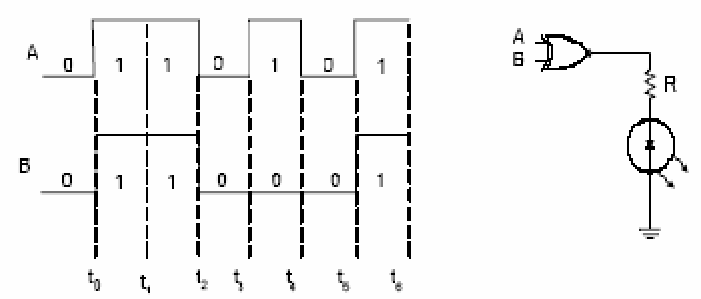
Çıkış Boolen ifadesi olarak ; $Q = \overline{A \oplus B}$ şeklinde yazılır. **"Q eşit A ÖZEL VEYA DEĞİL B"** şeklinde o

ÖZEL VEYA-Değil kapısı DEĞİL-VE-VEYA kapıları ile ifade edilebilir. Bu durumda bir ÖZEL VEYA- Değil fonksiyonunu; $Q = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B$ şeklinde tanımlayabiliriz.

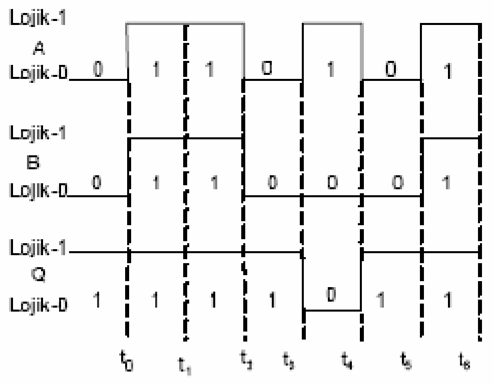


Şekil 3.34: DEĞİL-VE-VEYA kapıları ile ÖZEL VEYA DEĞİL kapısı

"ÖZEL VEYA DEĞİL kapısının girişleri aynı lojik seviyede ise çıkış Lojik-1, her iki giriş farklı lojik seviyede ise çıkış Lojik-0 olur."



Örnek: Aşağıda verilen dalga şekilleri bir ÖZEL VEYA DEĞİL kapısı girişlerine uygulanırsa çıkış dalga şekli ne olur.



Çözüm: Çıkış dalga şekli doğruluk tablosu yardımı ile çizilirse aşağıdaki gibi olacaktır.

3.3. Entegre Devre Mantık Aileleri

Bir önceki bölümde sayısal devrelerin tasarımında kullanılan temel lojik kapıları inceledik. Lojik kapılar sayısal sistemlerin temel elemanlarıdır. Bir çok lojik kapının oluşturduğu bir sayısal devre bir silisyum yonga üzerine entegre devre (integrated circuit - IC) olarak yapılır.

Tek bir yonga içersine yerleştirilen kapı sayısına göre entegre devreler entegresyon ölçeğini göstermesi açısında dört ayrı grupta incelenebilirler.

I. SSI (Küçük Ölçekli Entegrasyon - Small Scale Integration) En fazla 20 lojik kapı içeren entegre devrelerdir.

II. MSI (Orta Ölçekli Entegrasyon - Medium Scale Integration) 1000 bellek bitinden daha az ve 20 ila 100 kapı içeren entegre devrelerdir. Örneğin; sayıcılar, kaydırmalı kaydediciler, kod çözücüler v.b.

III. LSI (Büyük Ölçekli Entegrasyon-Large Scale Integration) 1000'den 16000'e kadar bellek biti, 100 ila 5000 lojik kapı içeren entegre devreleridir. Örneğin 8-bitlik mikroişlemci, bellek yongaları v.b.

IV. VLSI (Çok Büyük Ölçekli Entegrasyon-Very Large Scale Integration) 5000 lojik kapıdan daha fazla kapı içeren entegre devreleridir. Örneğin 16-bitlik mikroişlemci, yüksek yoğunluklu bellek yongaları v.b.

Bu bölümde ise sayısal devre tasarımlarında en fazla kullanılan iki farklı tip TTL ve CMOS mantık aileleri devreleri incelenecektir.

3.3.1. TTL (Transistor-Transistor Logic)

Terim olarak TTL transistor-transistor logic ifadesinin kısaltılması olarak kullanılmaktadır. Entegre devrelerinin tasarımında bipolar transistorler kullanılmıştır. TTL mantık ailesi hız ve güç parametreleri açısından yedi alt gruba ayrılırlar:

I. Standart TTL

II. Yüksek - Güçlü TTL

III. Düşük-Güçlü TTL

IV. Schottky TTL

V. Düşük-Güçlü Schottky TTL

VI. Gelişmiş Düşük-Güçlü Schottky TTL

VII. Gelişmiş Schottky TTL

TTL mantık ailesi 54 veya 74 numaralı önekine sahiptirler. 54 serisi askeri amaçlıdır. Çalışma sıcaklığı aralığı -55°C ile +125°C arasında iken, 74 serisi entegreler için bu aralık 0°C ila +70°C arasındadır.

Bu mantık ailesindeki entegreler genellikle *AA74YYXXX* şeklinde tanımlanırlar. *AA* harfleri entegreyi üreten firmayı gösteren harf veya harflerdir. Texas Insturuments ön ek olarak *'SN'*, National Semiconductor *'DM'*, Signetics *'S'* kısaltmalarını kullanmaktadırlar. *YY* harfleri entegrenin hangi TTL alt grubuna ait olduğunu gösterir. XXXentegrenin fonksiyonunu gösteren iki veya üç basamaklı bir sayıdır.

Tablo 3.1 de TTL Alt Gruplarına Ait Kısaltma Tablosu Verilmiştir.

TTL Serisi	Önek	Örnek Entegre
Standart TTL	54 veya 74	7404 (altılı DEĞİL kapısı)
Yüksek-güçlü TTL	54H veya 74H	74H04 (altılı DEĞİL kapısı)
Düşük-güçlü TTL	54L veya 74L	74L04 (altılı DEĞİL kapısı)
Schottky TTL	54S veya 74S	74S04 (altılı DEĞİL kapısı)
Düşük-güçlü Schottky TTL	54LS veya 74LS	74LS04 (altılı DEĞİL kapısı)
Geliştirilmiş düşük-güçlü Schottky TTL	54ALS veya 74ALS	74ALS04 (altılı DEĞİL kapısı)
Geliştirilmiş Schottky TTL	54AS veya 74ALS	74AS04 (altılı DEĞİL kapısı)

Tablo 3.1: TTL alt guruplarına ait kısaltmalar

3.3.2. CMOS (Tamamlayıcı MOS Lojik)

CMOS terim olarak tamamlayıcı MOS Lojik (Complementary Metal Oxide Semiconductor) ifadesinin kısaltılması olarak kullanılmaktadır. Entegre devrelerinin tasarımında alan etkili transistörler kullanılmıştır. Lojik fonksiyonlar aynı kalmakla beraber TTL ve CMOS yapım teknolojilerinde kullanılan araçlar farklıdır. Devre teknolojileri lojik fonksiyonlarda değil sadece performans karakteristiklerinde değişiklik gösterir. CMOS ailesi temel olarak ***metal kapılı*** *CMOS* ve ***silikon kapılı*** *CMOS* olmak üzere iki ayrı işlem teknolojisi katagorisine ayrılır. Eski metal kapılı teknoloji 4000 serisinden oluşurken, yeni silikon kapılı teknolojiler ise 74C, 74HC, 74HCT serisinden oluşur. CMOS ailesine ait bütün 74 serisi, TTL' ler ile bacak ve fonksiyon uyumludur. Yani TTL ve CMOS entegreler aynı sayıda ve benzer giriş, çıkış, besleme gerilimine (Vcc) sahiptir. Ayrıca 74HCT serisi TTL ile voltaj seviyesi uyumludur. 74HCT serisinin 74C ve 74HC serileri ile bağlanması için özel bir gereksinim yoktur. TTL ile CMOS ailesi arasındaki farklılıklar performans karakteristiklerinde yatar.

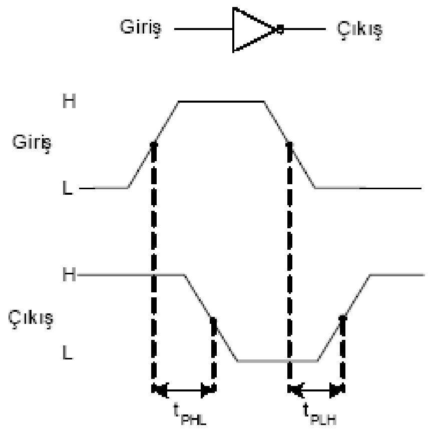
3.3.3. Performans Karakteristikleri

Yayılım Gecikmesi (Propagasyon Delay) lojik devrelerde karşılaşılan en önemli karakteristiklerden biridir. Lojik devrenin veya kapının hız limitleri bu karakteristik ile belirlenir. Lojik devrelerde kullanılan yüksek hızlı veya düşük hızlı terimleri yayılım gecikmesi referans alınarak belirlenir. Eğer bir lojik devrenin veya kapının yaylım gecikmesi ne kadar kısa ise devrenin veya kapının hızı o kadar yüksektir. Yaylım gecikmesi sayısal devrenin veya kapının girişlerindeki değişime bağlı olarak çıkışta meydan gelen değişim arasındaki zaman farkıdır. Mantık kapılarında iki yaylım gecikmesi süresi tanımlanır.

t_{PHL}: Çıkış sinyalinin Lojik-1'den Lojik-0'a geçme süresi. Bu süre giriş sinyali üzerinde belirlenen genel bir referans noktası ile çıkış sinyali üzerindeki aynı referans noktası arasındaki fark olarak belirlenir.

t_{PLH}: Çıkış sinyalinin Lojik-0'dan Lojik-1'e geçme süresi. Bu süre giriş sinyali üzerinde belirlenen genel bir referans noktası ile çıkış sinyali üzerindeki aynı referans noktası arasındaki fark olarak belirlenir.

Şekil-3.35 Bir DEĞİL kapısında yayılım gecikme sürelerinin göstermektedir

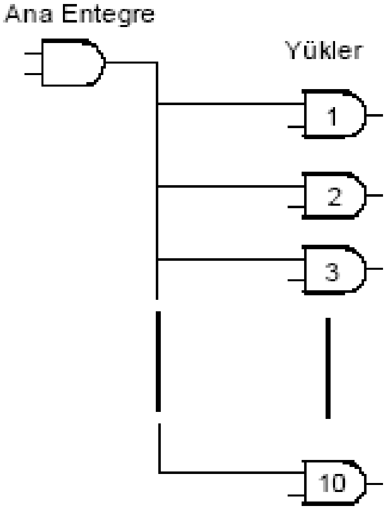


Şekil-3.35: DEĞİL kapısı yayılım gecikme süreleri

Güç Harcaması (Power Dissipation): Bir lojik kapıda harcanan güç miktarıdır. Harcanan güç dc besleme gerilimi ile çekilen akımın çarpımı ile elde edilir ve 'mW cinsinden ifade edilir. Bir lojik kapı tarafından çekilen akım çıkışın durumuna göre değişeceğinden harcana güç, çıkışın Lojik-1 ve Lojik-0 olduğu iki durum için hesaplanan güçlerin ortalaması alınarak bulunabilir.

Çıkış Kapasitesi (Fan Out): Bir lojik kapının aynı entegre ailesinden sürebileceği maximum yük sayısına çıkış kapasitesi (Fan Out) adı verilir.

Örneğin bir standart TTL kapısının çıkış kapasitesi 10 ise bu kapının sürebileceği maximum yük sayısı standart TTL ailesinden 10 adet kapı girişidir. Bundan fazla kapı girişi bağlanması durumunda girişin sürülmesi için yeterli akım sağlanamayacaktır.



Şekil 3.36: Standart TTL ailesinde Fan-Out gösterimi

Hız-Güç Üretimi (Speed Power Product): Sayısal devrelerin performansını ölçmek üzere üreticiler tarafından özel olarak eklenen bir karakteristiktir. Yayılım gecikmesinin ve özel ferkanslardaki güç harcamasının çarpımından elde edilir. Hız-Güç Üretimi(SPP) Joule ile tanımlanır, J sembolü ile gösterilir. Örneğin TTL ailesine ait 74LS serisi için 100kHz frekansındaki Hız-Güç üretimi aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$SPP=(10ns).(2mW)=20pJ$$

Aşağıda Tablo 3.2 TTL ve CMOS ailelerine ait performans karakteristiklerini vermektedir.

Teknoloji	CMOS (silikon kapılı)	CMOS (metal kapılı)	TTL Std	TTL LS	TTL S	TTL ALS	TTL AS
Seri	74HC	4000B	74	74S	74S	74ALS	74AS
Güç Harcaması Statik 100kHZ için	 2,5nW 0,17mW	 1µW 0,1mW	 10mW 10mW	 2mW 2mW	 19mW 19mw	 1mW 1mW	 8,5mW 8,5mW
Yayılım Gecikmesi	8ns	50ns	10ns	10ns	3ns	4ns	1,5ns
Fan-Out			10	20	20	20	40

Tablo 3.2: TTL ve CMOS Ailelerine Ait Performans Karakteristikleri

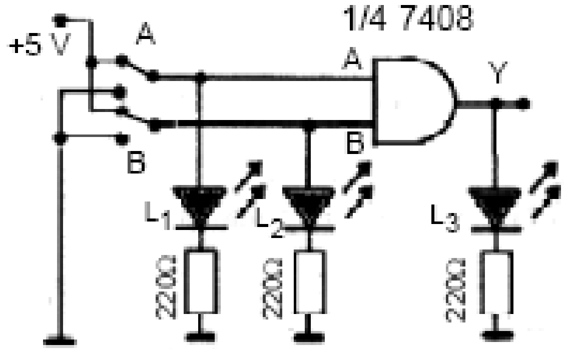
***Not:** CMOS ailesinde yayılım gecikmesi (propagasyon delay) besleme gerilimine (V_{cc}) bağlıdır. Güç harcaması(power dissipation) ve çıkış kapasitesi (fan out) ise frekansın bir fonksiyonudur.*

UYGULAMA FAALİYETİ

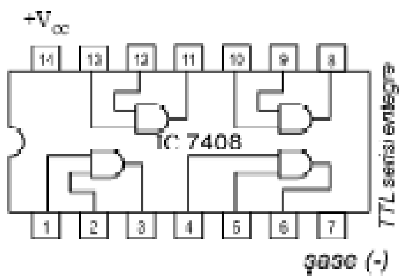
Aşağıda verilen uygulamayı işlem basamaklarına uygun olarak gerçekleştiriniz.

Deneyde Kullanılacak Malzemeler:

a) DC 5 Volt güç kaynağı
b) Bread Board
c) 1 Ad. 7408 TTL Entegre.
d) 3 Ad. 220Ω ¼ Watt direnç.
e) 2 Ad. Yeşil LED diyot.
f) 1 Ad. Kırmızı LED diyot.
g) Bağlantı kabloları.

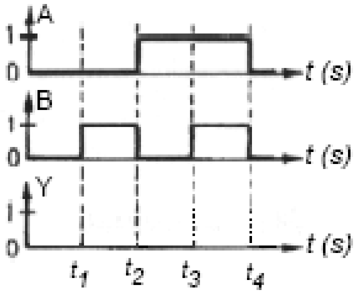


İki girişli AND lojik kapı deney bağlantı şeması



İki girişli AND lojik kapı entegresinin Uç Bağlantı yapısı (TTL serisi)

A	B	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	



Doğruluk tablosu **Giriş-çıkış sinyalleri**

İşlem Basamakları	**Öneriler**
➢ Deneyi yaparken öncelikle entegreyi (7408) bread boarda yerleştiriniz.	•
➢ Şemaya uygun olarak diğer devre elemanlarının montajını yapınız.	
➢ Deneyi yaparken 5 voltluk DC besleme kaynağının (+) ucunu 7408 evtegresinin 14 numaralı ayağına,(-) ucunu ise 7 numaralı ayağına bağlayınız.	•
➢ A,B anahtarlarını giriş konumlarını yukarıdaki doğruluk tablosuna uygun şekilde yaparak deneyi yapınız.	•
➢ Doğruluk tablosunu deney sonuçlarına göre doldurunuz.	•
➢ A, B giriş dalga formları verilmiş olan devrenin, çıkış sinyali dalga formunu çiziniz.	•
➢ İki girişli AND lojik kapısının matematiksel ifadesini yazınız.	•
➢ İki girişli AND lojik kapısının eşdeğer elektrik devresini çiziniz.	•
➢ İki girişli AND lojik kapısının Alman (DIN) ve Amerikan (ANSI) standartına göre sembollerini çiziniz.	•
➢ İki girişli AND lojik kapılarıyla üç girişli AND lojik kapısının elde edilmesinin şeklini çiziniz.	•

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ	Evet	Hayır
Devre doğru kuruldu mu?		
Devre hatasız çalışıyor mu?		
Devre ile ilgili sorulara verilen cevaplar doğru mu?		
İş alışkanlıkları uygun mu?		
İş istenilen sürede tamamlandı mı?		
Sonuçlar cevap anahtarına uygun mu?		
Tertip düzeni uygun mu?		

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme çizelgesindeki tüm soruların cevabı evet ise diğer faaliyete geçiniz. Cevaplarınız arasında hayır var ise ilgili konuyu tekrar ediniz.

PERFORMANS DEĞERLENDİRME

DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ	Evet	Hayır
Lojik kapıları tanıyor mu?		
Lojik kapıların sembollerini biliyor mu?		
Lojik kapıların elektriksel eşdeğer devresini biliyor mu?		
Lojik kapıların doğruluk tablolarını çıkarabiliyor mu?		
Lojik sinyallere ait diyagramları biliyor mu?		
Lojik kapıları kullanabiliyor mu?		
Lojik entegre devreleri tanıyor mu?		

DEĞERLENDİRME

Tüm sorulara cevabınız evet ise bir sonraki faaliyete geçiniz. Cevaplarınız arasında hayır var ise ilgili konuyu tekrarlayınız.

ÖĞRENME FAALİYETİ-4

AMAÇ

Dijital elektronik devrelerin tasarımı, üretim ve onarım süreçlerini anlayabilmek için Boolean matematik kurallarını bilmek şarttır. Sadeleştirme işlemleri de kullanılarak dijital devrelerin daha az kapı ile gerçekleştirilmesini sağlar. Bu bölümde dijital devrelerde kullanılan boolean matematiği hakkında temel bilgiler verilmesi amaçlanmaktadır.

ARAŞTIRMA

- Boolean matematiği nedir? Nerelerde kullanılır, Boolean matematik kurallarını araştırınız? Araştırma sonuçlarını arkadaşlarınız ile tartışınız?

4. BOOLEAN MATEMATİĞİ

İngiliz matematikçi George Bole tarafından 1854 yılında geliştirilen BOOLEAN matematiği sayısal devrelerin tasarımında ve analizinde kullanılması 1938 yılında Claude Shanon tarafından gerçekleştirildi. BOOLEAN matematiği sayısal devrelerin çıkış ifadelerinin giriş değişkenleri cinsinden ifade edilmesi ve elde edilen ifadenin en basit haline ulaşması için kullanılır.

4.1. Boolean İşlemleri

Boolean matematiği sayısal sistemlerin analizinde ve anlaşılmasında kullanılan temel sistemdir. Bu bölümde temel Boolean işlemleri ve bunların sayısal devrelerde nasıl kullanıldığı anlatılacaktır.

4.1.1. Boolean Matematiği Sembolleri

Boolean matematiğinde kullanılan değişkenler veya fonksiyonlar büyük harfler kullanılarak gösterilmiştir. Sayısal olarak bir değişken veya fonksiyon iki değer alabilir. Bu değerler 1 veya 0 olacaktır. Değişkenlerin veya fonksiyonların aldığı bu değerler sayısal devrelerde eğer "1" ise YÜKSEK gerilim seviyesi , "0" ise ALÇAK gerilim seviyesini gösterecektir.

Değil veya tümleyen (komplement), boolean matematiğinde değişkenin üzerine çizilen bir çizgi ile gösterilir. Örneğin $\overline{A}$ ifadesi "A' nın değili veya A'nın komplementi" şeklinde okunur. Eğer A=1 ise $\overline{A}$=0, A=0 ise $\overline{A}$=1 olur. Tümleyen (komplement) veya değil için A' şeklinde yazım kullanılabilir.

A ve B girişlere uygulanan iki değişkeni gösterirse VE fonksiyonu Boolen ifadesi olarak 'A.B' şeklinde yazılırken, VEYA fonksiyonu için'A+B'şeklinde yazılacaktır.

4.1.2. Boolean Toplama ve Çarpma

Boolean toplamaya ilişkin temel kurallar aşağıda verilmiştir.

$$0 + 0 = 0$$
$$0 + 1 = 1$$
$$1 + 0 = 1$$
$$1 + 1 = 1$$

Boolean matematiğinin sayısal devre uygulamalarında Boolean toplama VEYA fonksiyonu ile tanımlanacaktır.

Boolen çarpma işlemi ise VE fonksiyonu ile ifade edilir. Boolean çarpma işlemine ilişkin temel kurallar aşağıda verilmiştir.

$$0 . 0 = 0$$
$$0 . 1 = 0$$
$$1 . 0 = 0$$
$$1 . 1 = 1$$

4.2. Boolean Kanunları

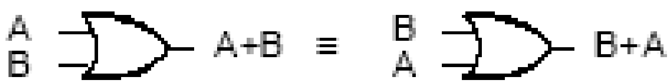
Boolen matematiğinin üç temel kanunu: Yer değiştirme kanunu (Commutative Laws), Birleşme kanunu (Associative Laws) ve Dağılma Kanunu (Distributive Laws) adını alırlar.

4.2.1. Yer Değiştirme Kanunu (COMMUTATİVE LAWS)

İki giriş değişkeni için Boolean toplamaya ait *yer değiştirme kanunu* aşağıdaki gibi yazılır

A+B = B+A

İki girişli bir VEYA kapısının girişlerine uygulanan değişkenler yer değişirse çıkış değeri değişmez. Yer değiştirme kanunun VEYA kapısı uygulaması Şekil 4.1'de verilmiştir.

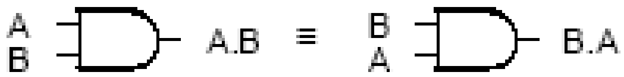


Şekil 4.1: Yer değiştirme kanunun VEYA kapısı uygulaması

İki giriş değişkeni için Boolean çarpmaya ait yer değiştirme kanunu aşağıdaki gibi yazılır

İki girişli bir VE kapısının girişlerine uygulanan değişkenler yer değişirse çıkış değeri değişmez. Yer değiştirme kanunun VE kapısı uygulaması Şekil 4.2'de verilmiştir.

A.B = B.A



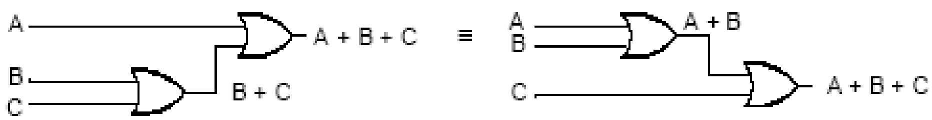
Şekil 4.2: Yer değiştirme kanunun VE kapısı uygulaması

4.2.2. Birleşme Kanunu (ASSOCİATİVE LAWS)

Boolean toplama işlemine ilişkin *birleşme kanunu* A,B,C giriş değişkenlerini göstermek üzere aşağıdaki gibi yazılır.

A + (B + C) = (A + B) + C

Bir VEYA kapısının girişlerine uygulanan değişkenlerin gruplandırılmaları değişirse çıkış değeri değişmeyecektir. Şekil 4.3 *birleşme kanununun* VEYA kapısı uygulamasını göstermektedir.

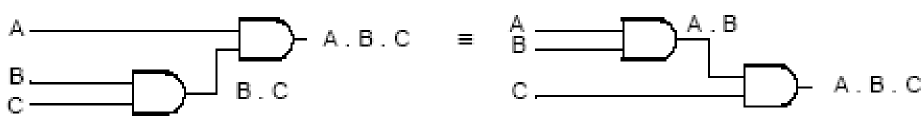


Şekil 4.3: Birleşme kanununun VEYA kapısı uygulaması

Boolean çarpma işlemine ilişkin *birleşme kanunu* A,B,C giriş değişkenlerini göstermek üzere aşağıdaki gibi yazılır.

A. (B . C) = (A . B) . C

Bir VEYA kapısının girişlerine uygulanan değişkenlerin gruplandırılmaları değişirse çıkış değeri değişmeyecektir. Şekil 4.4 *birleşme kanununun* VE kapısı uygulamasını göstermektedir.



Şekil 4.4: Birleşme kanununun VE kapısı uygulaması

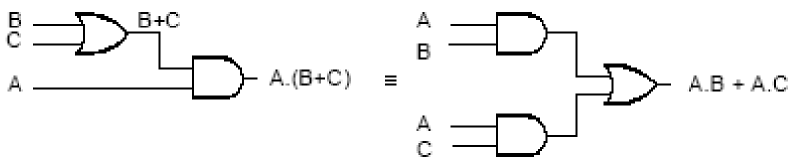
4.2.3. Dağılma Kanunu (DISTRIBUTIVE LAW)

A,B,C giriş değişkenlerini göstermek üzere *dağılma kanunu* aşağıdaki gibi yazılır.

$$A. (B + C) = A. B + A . C$$

VEYA' lanmış B,C değişkenlerinin A ile VE' lenmesi ile elde edilen ifade, A değişkeninin B, C değişkenleri ile VE' lenmesi sonucu VEYA' lanmasından elde edilen ifadeye eşittir.

Şekil 4.5 *dağılma kanununu* göstermektedir.



Şekil 4.5: Dağılma kanununun mantık kapıları ile uygulanması

4.3. Boolean Matematiği Kuralları

Tablo 4.1 Lojik ifadelerin indirgenmesinde kullanılan temel Boolean kurallarını göstermektedir.

1.a-	$A + 0 = A$
b-	$A + 1 = 1$
c-	$A + \overline{A} = 1$
d-	$A + A = A$
2.a-	$A . 0 = 0$
b-	$A . 1 = A$
c-	$A . \overline{A} = 0$
d-	$A . A = A$
3.	$\overline{\overline{A}} = A$
4.	$A + A.B = A$
5.	$A + \overline{A}.B = A+B$
6.	$(A + B) . (A + C) = A + B . C$

Tablo 4.1: Temel boolean kuralları

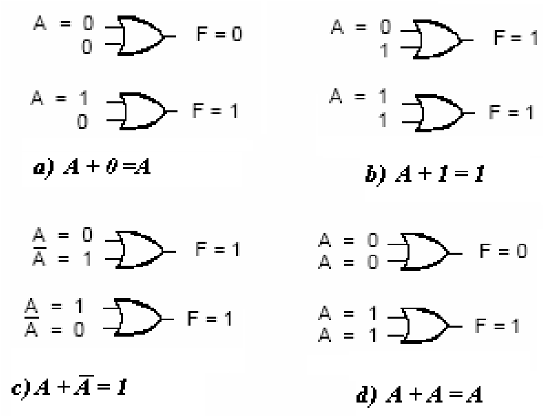
4.3.1. VEYA Özdeşlikleri (Kural 1)

a) Bir VEYA kapısının girişlerinden biri "0" ise çıkış ifadesi A' nın durumuna bağlıdır. Eğer A=0 ise çıkış "0", A=1 ise çıkış "1" olur.

b) Bir VEYA kapısının girişlerinden biri "1" ise, A' nın durumu ne olursa olsun çıkış daima "1" olur.

c) Bir VEYA kapısının girişlerine değişkenin değili ile kendisi uygulanırsa çıkış A'nın durumu ne olursa olsun daima "1" olur.

d) Bir VEYA kapısının her iki girişine aynı değişken uygulanırsa çıkış A'nın durumuna bağlıdır. Eğer A=0 ise çıkış "0", A=1 ise çıkış "1" olur.



Şekil 4.6: VEYA özdeşlikleri

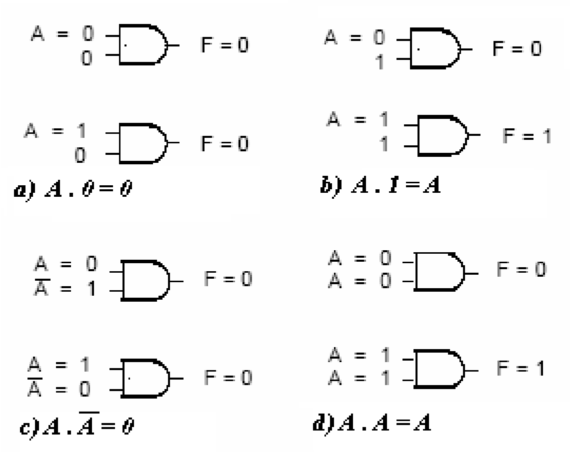
4.3.2. VE Özdeşlikleri (Kural 2)

a. Bir VE kapısının girişlerinden biri "0" ise, A' nın durumu ne olursa olsun çıkış daima "0"olur.

b. Bir VE kapısının girişlerinden biri "1" ise çıkış ifadesi A' nın durumuna bağlıdır. Eğer A=0 ise çıkış "0", A=1 ise çıkış "1" olur.

c. Bir VE kapısının girişlerine değişkenin değili(tümleyeni) ile kendisi uygulanırsa çıkış A'nın durumu ne olursa olsun daima "0" olur.

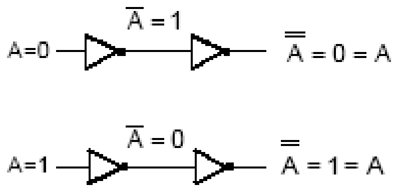
d. Bir VE kapısının her iki girişine aynı değişken uygulanırsa çıkış A'nın durumuna bağlıdır. Eğer A=0 ise çıkış "0", A=1 ise çıkış "1" olur.



Şekil 4.7: VE özdeşlikleri

4.3.3. Çift Tersleme Kuralı (Kural 3)

Bir Lojik ifadenin veya değişkenin iki defa değili alınırsa (terslenirse) lojik ifadenin veya değişkenin aslı elde edilir.



Şekil 4.8: Çift tersleme kuralı

4.3.4. Yutma kuralı (Kural 4)

Bu kuralı *dağılma kanunu* ve *VEYA, VE* özdeşlikleri yardımı ile açıklayalım. Eğer ifadeyi A ortak parantezine alırsak aşağıdaki dönüşüm sağlanmış olur.

A + A.B= A(1+B) *Dağılma kanunu, VEYA özdeşlikleri VE özdeşlikleri*
= A .1
= A

Tablo 4.2' de A + A.B ifadesine ait doğruluk tablosu gösterilmiştir. Giriş değişkenlerinin durumuna bağlı olarak çıkış ifadesi yazılabilir. A+A.B çıkışının A giriş ifadesine eşit olduğu Tablo 4.2'den görülmelidir.

A	B	A.B	A + A.B
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

Tablo 4.2: A + A.B=A İfadesinin doğruluk tablosu

4.3.5. Kural 5

Bu kuralı *yutma, VE, VEYA özdeşlikleri, çift tersleme* kuralları yardımı ile açıklayalım.

$$
\begin{aligned}
A+\overline{A}.B &= (A + A.B) + \overline{A}.B && \textit{Yutma kuralı} \\
&= (A.A + A.B) + \overline{A}.B && \textit{VE özdeşliği} \\
&= A.A + A.B + A.\overline{A} + \overline{A}.B && \textit{Çift tersleme} \\
&= (A + \overline{A}).(A + B) && \textit{VEYA özdeşliği} \\
&= 1.(A + B) && \textit{VE özdeşliği} \\
&= A + B
\end{aligned}
$$

Kural-5'e ait doğruluk tablosu Tablo 4.3'de verilmiştir. Giriş değişkenlerinin durumlarına bağlı olarak $A + \overline{A}.B$ ifadesi ve A+B ifadesi yazılırsa, bu iki ifadenin eşitliği Tablo 4.3'den görül

A	B	$\overline{A}.B$	$A+\overline{A}.B$	A+B
0	0	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	1	0	1	1

Tablo 4.3 : A+A.B=A+B ifadesinin doğruluk tablosu

4.3.6. Kural 6

Bu kuralı dağılma kanunu, VE özdeşliği, VEYA özdeşliği yardımı ile açıklayalım:

$$
\begin{aligned}
(A+B).(A+C) &= A.A + A.C + A.B + B.C \\
&= A + A.C + A.B + B.C \\
&= A.(1+C) + A.B + B.C \\
&= A.1 + A.B + B.C \\
&= A.(1+B) + B.C \\
&= A + B.C
\end{aligned}
$$

A	B	C	A +B	A+C	(A + B).(A + C)	B.C	A + B.C
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Tablo 4.4: (A+B).(A+C)= A+B.C ifadesinin doğruluk tablosu

Tablo 4.4'de girişlerin durumuna bağlı olarak (A+B).(A+C) ile A+B.C ifadelerinin durumları yazılmıştır. Bu iki ifadenin eşitliği tablodan görülebilir.

4.4. Demorgan Teoremleri

DeMorgan teoremleri Boolean matematiğinin en önemli teoremleridir. İki değişken için DeMorgan teoremleri aşağıdaki gibi yazılır.

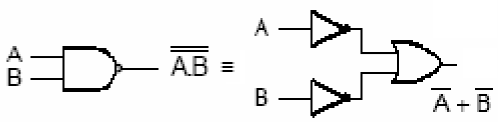
Teorem-1	$\overline{A.B} = \overline{A} + \overline{B}$
Teorem-2	$\overline{A+B} = \overline{A}.\overline{B}$

4.4.1. Teorem-1

Bu teoremi açıklamadan önce Boolean çarpma ve Boolean toplama işlemi arasındaki ilişkiyi açıklayalım.

"Boolean matematiğinde çarpma işleminin komplementeri toplama işlemine eşittir." A, B gibi iki değişkenin VEDEĞİL kapısına uygulanması ile elde edilen ifade bu iki değişkenin değilinin alınmasından sonra VEYA'lanması ile elde edilen ifadeye eşittir.

$$\overline{A.B} = \overline{A} + \overline{B} \qquad (\text{Teorem -1})$$



a) Kapı Eşitliği

A	B	$\overline{A.B}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	1	1
0	0	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

b) Doğruluk Tablosu

Şekil 4.9'da Teorem-1'e ait kapı eşitliğini ve doğruluk tablosunu göstermektedir

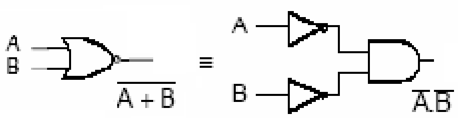
Şekil 4.9: Teorem-1'e ait kapı eşitliği ve doğruluk tablosu

4.4.2. Teorem-2

"Boolean matematiğinde toplama işleminin komplementeri çarpma işlemine eşittir." A, B gibi iki değişkenin VEYA DEĞİL kapısına uygulanması ile elde edilen ifade bu iki değişkenin değilinin alınmasından sonra; girişler VE lojik işemi ile elde edilen ifadeye eşittir.

$$\overline{A + B} = \overline{A}.\overline{B} \qquad (\text{Teorem-2})$$

Şekil 4.10'da Teorem-2'ye ait kapı eşitliğini ve doğruluk tablosunu göstermektedir.



a) Kapı Eşitliği.

A	B	$\overline{A+B}$	$\overline{A}.\overline{B}$
0	0	1	1
0	0	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

b) Doğruluk Tablosu

Şekil 4.10: Teorem-2'ye Ait Kapı Eşitliği ve Doğruluk Tablosu

Örnek: Aşağıdaki Lojik ifadelere DeMorgan teoremlerini uygulayınız.

a) $Q=\overline{A+B+C} = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$

b) $Q=\overline{A.B.C} = \overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$

Eğer verilen lojik ifade fazla sayıda değişken ve işlem içeriyorsa bu durumda ifadenin basitleştirilmesi için lojik ifade içersindeki farklı değişken tanımlayarak DeMorgan teoremleri uygulanabilir.

Örnek: Aşağıdaki Lojik ifadeye DeMorgan teoremini uygulayınız.

$$Q = \overline{(A + B.\overline{C}).\overline{(D.E)}}$$

Çözüm: İşlemi adım adım anlatalım.

I. **Adım:** Lojik ifade içindeki işlemleri farklı bir değişken kullanarak tanımlayalım

$X = A + B.\overline{C}$ ve $Y = D.E$ dönüşümleri yapılır.

II. **Adım:** Basitleştirilmiş eşitlik

$Q = \overline{X\overline{Y}}$ olur.

III. **Adım:** BU ifadeye DeMorgan teoremini uygularsak $Q = \overline{X} + Y$ olacaktır. X ve Y değişkenlerini fonksiyona tekrar yazarsak Q eşitliği

$Q = \overline{(A + B.\overline{C})} + D.E$ olur.

IV. **Adım:** $A + B.\overline{C}$ ifadesinde $Z=A$ ve $W = B.\overline{C}$ dönüşümü yapılırsa

V. Adım: $\overline{Z.W} = \overline{Z} + \overline{W}$ olacaktır. Q ifadesi ise $Q = \overline{A}.(\overline{B} + C) + D.E$ olacaktır.

VI.

Örnek: Aşağıdaki lojik ifadelere DeMorgan teoremini uygulayınız.

a) $Q = \overline{(A+B+C).D}$

b) $Q = \overline{A.B.\overline{C} + D.E.F}$

Çözüm:

a)

A+B+C=X ve D=Y dönüşümleri yapılırsa;

$\overline{X.Y} = \overline{X} + \overline{Y}$ olacaktır.

$\overline{(A+B+C).D} = \overline{(A+B+C)} + \overline{D}$ olur.

$\overline{(A+B+C)}$ ifadesine DeMorgan teoremi uygulanırsa

$\overline{(A+B+C)} + \overline{D} = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{D}$ olacaktır.

b)

$A.B.\overline{C} = X$ ve D.E.F=Y dönüşümleri yapılırsa.

$\overline{X.Y} = \overline{X} + \overline{Y}$ olacaktır.

$\overline{A.B.\overline{C} + D.E.F} = (\overline{A} + \overline{B} + C).(\overline{D} + \overline{E} + \overline{F})$

İfadesi elde edilir.

4.5. Sayısal Devre Tasarımı

Boolean ifadesinden mantık kapıları arasında uygun bağlantılar yapılması ile sayısal devrenin elde edilmesi işlemine sayısal devre tasarımı adı verilir. Bu bölümde verilen bir Boolean ifadesinden sayısal devrenin çizimi ve sayısal devrelerden Boolean ifadesinin elde edilmesi anlatılacaktır.

4.5.1. Boolean İfadesinden Sayısal Devrelerin Çizilmesi

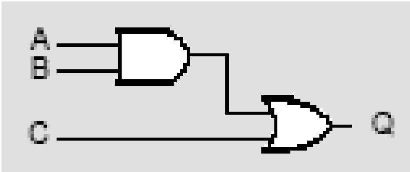
Bu kısımda verilen bir Boolean ifadesinden sayısal devrelerin çizilmesi anlatılacaktır. Devre tasarlanırken ilk önce Boolean ifadesinde kaç tane giriş değişkenin olduğu, daha sonra bu değişkenlerin hangi Boolean işlemine uygulandığı bulunmalıdır. Çizim sırasında

Boolean matematiği işlem sırası takip edilmelidir. İşlem sırası parantez, DEĞİL, VE, VEYA şeklindedir.

Örnek: Q = A.B + C ifadesini gerçekleştirecek sayısal devreyi tasarlayınız.

Çözüm:

Q = A.B + C ifadesinde A,B,C üç giriş değişkenini, Q ise çıkış değişkenini göstermektedir. İşlemin gerçekleştirilmesine Boolean çarpma ile başlanır. Boolean çarpma işlemi VE kapısı ile gerçekleşeceğinden, ilk adımda A ile B değişkenlerinin VE kapısına uygulanması gerekir. Boolean çarpma işlemi ile elde edilen ifade (A. B), diğer giriş değişkeni ile Boolean toplama işlemine tabi tutulur. Boolean toplama işlemi VEYA kapısı ile gerçekleşeceğinden A.B ifadesi C ile VEYA kapısına uygulanır.



Şekil 4.10: Q=A.B+C ifadesine ait sayısal devre

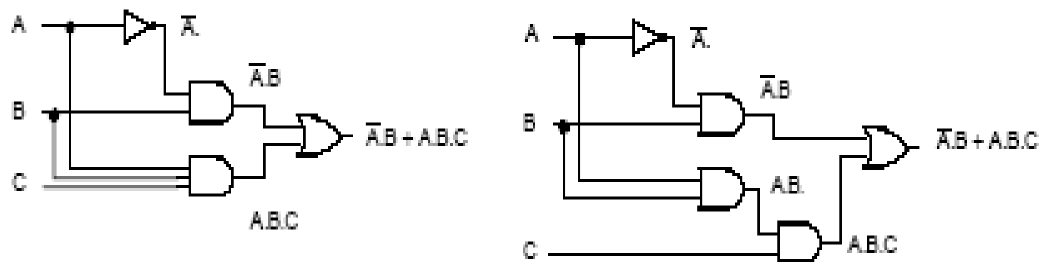
Verilen Q = A.B + C boolean ifadesi " *A VE B VEYA C* "şeklinde okunur.

Örnek: Q = Ā.B + A.B.C ifadesini gerçekleştirecek sayısal devreyi tasarlayınız.

Çözüm:

Verilen Boolean ifadesinin çizimine öncelikle VE kapıları ile ifade edilen Boolean çarpma işlemi ile başlarız. Ancak VE kapılarına uygulanacak değişkenlerden DEĞİL olan varsa, öncelikle bu değişken DEĞİL kapısına uygulanarak bu işlem (Ā) gerçekleştirilir. DEĞİL'i alınan değişken diğer değişken(B) ile VE kapısına (Ā.B) uygulanır. Elde edilmek istenen A.B.C ifadesinde üç değişkenin VE kapısına uygulanması gerektiğinden üç girişli bir VE kapısı ve iki girişli iki VE kapısının ardı ardına bağlanması ile bu işlem gerçekleştirilir. Elde edilen bu iki ifade VEYA kapısına uygulanarak devrenin çizimi tamamlanır.

Şekil 4.11'de Q = Ā.B +A.B.C ifadesine ait sayısal devre hem iki ve üç girişli VE kapıları ile hemde sadece iki girişli VE kapıları kullanılarak çizilmiştir.



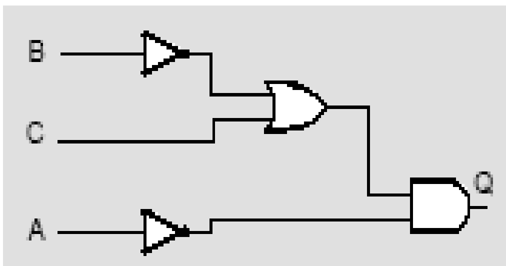
a) Üç girişli VE kapıları kullanarak **b) İki girişli VE kapıları kullanarak**

Şekil 4.11: Q = Ā.B + A.B.C ifadesine ait devre çizimleri

4.5.2. Sayısal Devreden Boolean İfadesinin Elde Edilmesi

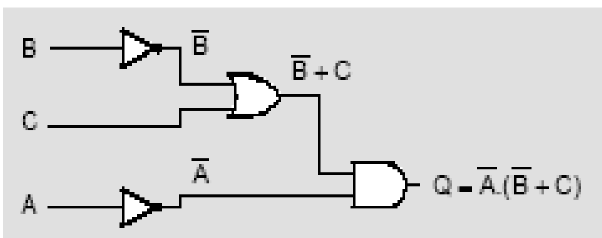
Çizilmiş bir sayısal devreden Boolean ifadesinin elde edilebilmesi için ilk önce kapı girişlerine uygulanan değişkenler belirlenir. Her kapı çıkışına ait Boolean ifadesi yazılır. Bu işlem devredeki en son kapıya kadar sürdürülür.

Örnek: Şekil 4.12'de verilen sayısal devrenin çıkışına ait Boolean ifadesini bulunuz.



Şekil 4.12: Örnek uygulama

Çözüm: Her bir kapı giriş ve çıkış ifadesi devredeki son kapıya kadar yazılarak ifade elde edilir.



4.6. Boolean İfadelerinin Sadeleştirilmesi

Çoğu zaman sayısal bir devre için elde edilen Boolean ifadesi uzun ve karmaşık olabilir. Devreyi bu haliyle tasarlamak işlemin maliyetinin artmasını ve hata yapma olasılığını beraberinde getirmektedir. Boolean teorem, kural ve kanunular yardımı ile ifadeler sadeleştirilerek daha az sayıda mantık kapısı ile sayısal devreler tasarlanabilir.

Örnek: $Q = B.C + B.(C + A) + C.(\overline{B} + A)$

İfadesini Boolean teoremleri yardımı ile indirgeyiniz.

Çözüm:

Sadeleştime işlemini çeşitli adımlarla gösterelim

I.Adım: Dağılma kanununu ikinci ve üçüncü terimlere uygularsak ifade aşağıdaki gibi olacaktır.

$$Q = B.C + B.C + A.B + \overline{B}.C + A.C$$

II.Adım: Birinci ve ikinci terimi "B" değişkeni ortak parantezine alırsak ifade

$$Q = B.(C + C) + A.B + \overline{B}.C + A.C$$

III.Adım: VEYA özdeşlikleri ile (C+C=C)

$$Q = B.C + A.B + \overline{B}.C + A.C$$

IV.Adım: Birinci ve üçüncü terimi "C" değişkeni ortak parantezine alırsak

$$Q = C(B + \overline{B}) + A.B + A.C$$

V.Adım: VEYA özdeşlikleri ile $(B + \overline{B} = 1)$

$$Q = C + A.B + A.C$$

VI.Adım: Birinci ve üçüncü terimi "C" ile ortak paranteze alırsak

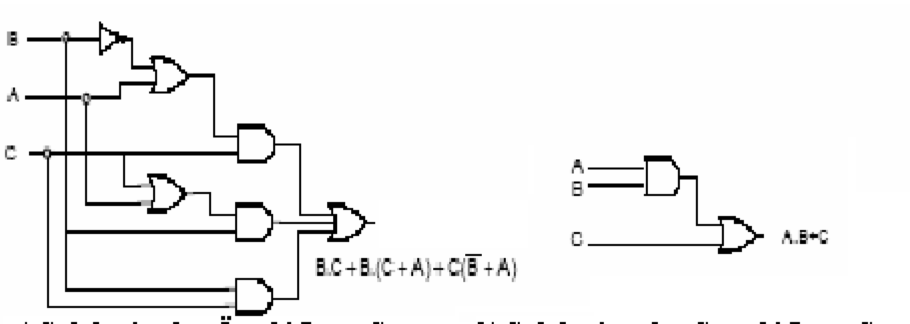
$$Q = C(1 + A) + A.B$$

VII.Adım: VEYA özdeşlikleri yardımı ile (1+A=1)

$$Q = C + A.B$$

olacaktır.

Şekil 4.13'de ifadenin indirgenmemiş ve indirgenmiş haliyle devreleri göstermektedir.



a) Sadeleştirmden Önceki Devre Şeması *b) Sadeleştirmeden Sonraki Devre Şeması*

Şekil 4.13: Boolean ifadelerin devre şemaları

4.7. Boolean İfadelerinin Elde Edilmesi

Bir doğruluk tablosu tasarımcı tarafından sayısal devrenin çalışmasına yönelik oluşturulmuş ve giriş değişkenlerinin durumuna bağlı olarak çıkışın ne olması gerektiği anlatan tablodur. Tasarım aşamasında en önemli işlemlerden biri olan doğruluk tablosunu oluşturduktan sonra ifadenin mantık kapıları ve bu kapıların birbirleriyle olan bağlantılarının elde edilebilmesi için tablodan Boolean ifadesinin elde edilmesi gerekmektedir. Önceki kısımlarda bu ifadelerin sadeleştirilmesi ve devrelerin çizilmesi anlatıldı. Bu bölümde Boolean ifadelerinin doğruluk tablosundan elde edilmesi konusu anlatılacaktır.

4.7.1. Boolean Açılımları ve Standart Formlar

Boolean ifadeleri fonksiyonun doğruluk tablosundan elde edilen iki temel açılımdır. Bu ifadeler eğer bir sadeleştirme işlemi uygulanmazsa az sayıda değişken içermesi ender olarak karşılaşılan bir durumdur. Boolean ifadelerinin yazıldığı iki temel açılım minterimlerin toplamı ve maxterimlerin çarpımı olarak gösterilebilirler.

4.7.1.1. Minterim ve Maxiterim

A	B	C	Minterimler	
			Terim	Sembol
0	0	0	$\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$	m_0
0	0	1	$\overline{A}.\overline{B}.C$	m_1
0	1	0	$\overline{A}.B.\overline{C}$	m_2
0	1	1	$\overline{A}.B.C$	m_3
1	0	0	$A.\overline{B}.\overline{C}$	m_4
1	0	1	$A.\overline{B}.C$	m_5
1	1	0	$A.B.\overline{C}$	m_6
1	1	1	$A.B.C$	m_7

İkili bir değişken Boolean ifadesi olarak değişkenin kendisi (A) veya değişkenin değili (A ') şeklinde gösterilebilir. VE kapısına uygulanan A ve B değişkenlerinin iki şekilde Boolean ifadesi yazılabileceğinden bu değişkenlerin alabileceği dört durum söz konusudur. Bu dört durum *minimum terim* veya *standart çarpım* adını alır. Benzer şekilde n sayıda değişken için 2^n kadar *minimum terim* yazılabilir.Tablo 4.5 üç değişkene ait minimum terimleri göstermektedir.

Tablo 4.5: Minterimler

Üç değişkenin alabileceği sekiz (2^3) durum olduğundan 0'dan 7'ye kadar olan onluk sayıların ikilik karşılıkları, yazılabilecek durumları vermektedir. Her bir değişken ikilik sayıda eğer "0" ise *değili* "1" ise *değişkenin kendisi* yazılarak bulunur. Minimum terim

Boolean ifadesini "1" yapan terimdir.Her bir minimum terim m_j şeklinde gösterilir. Burada j indisi ilgili ikilik sayının onluk karşılığıdır.

Benzer biçimde n kadar değişken için değişkenin kendisi ve değili olmak üzere VEYA işlemini ile birleştirilmiş 2^n kadar durum yazılabilir. VEYA işlemi ile birleştirilmiş bu durumlar ise maksimum terimler veya standart toplama adını alırlar. Üç değişkene ait maksimum terimler Tablo 4.6'da verilmiştir. Her maxterim üç değişkenin VEYA işlemi ile birleştirilmiş halinden elde edilir ve burada ikilik sayıda değişken 0 ise değişkenin *kendisi,* 1 ise değişkenin *değili* yazılarak bulunabilir.

A	B	C	Maxterimler	
			Terim	Sembol
0	0	0	$A+B+C$	M_0
0	0	1	$A+B+\overline{C}$	M_1
0	1	0	$A+\overline{B}+C$	M_2
0	1	1	$A+\overline{B}+\overline{C}$	M_3
1	0	0	$\overline{A}+B+C$	M_4
1	0	1	$\overline{A}+B+\overline{C}$	M_5
1	1	0	$\overline{A}+\overline{B}+C$	M_6
1	1	1	$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$	M_7

Tablo 4.6: Maxterimler

4.7.1.2. Miniterimlerin Toplamı

Bir önceki konuda n sayıda değişkene ait 2^n sayıda minimum terim yazılabileceğini ve bu minimum terimlerin fonksiyonu T yapan terimler olduğu anlatılmıştı. Boolean fonksiyonunu minterimlerin toplamı (çarpımların toplamı) cinsinden ifade edebilmek için fonksiyonun T olduğu her durum için minimum terimler bulunur. Bulunan bu minimum terimler VEYA'lanarak fonksiyon minterimlerin toplamı(çarpımların toplamı) cinsinden yazılabilir.

Örnek: Aşağıdaki doğruluk tablosundan lojik ifadeyi minterimler cinsinden bulunuz.

A	B	C	Q
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Çözüm: Doğruluk tablosunda çıkış ifadesinin '1' olduğu her duruma ait miniterim bulunduktan sonra bu terimler VEYA' lanarak lojik ifade elde edilir.

A	B	C	Q		
0	0	0	1	$\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$	m_0
0	0	1	1	$\overline{A}.\overline{B}.C$	m_1
0	1	0	0		
0	1	1	0		
1	0	0	0		
1	0	1	1	$A.\overline{B}.C$	m_5
1	1	0	0		
1	1	1	1	$A.B.C$	m_7

Yazılan minterimlerin her birisinin çıkışı 1 yapan terimler olduğu doğruluk tablosundan görülmelidir. Miniterimlerin VEYA 'lanması ile elde edilen ifade çıkışın 1 olduğu tüm durumları kapsayacaktır.

$Q = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.\overline{B}.C + A.\overline{B}.C + A.B.C$ Veya

$Q = m_0 + m_1 + m_5 + m_7$ şeklinde yazılabilir

Çoğu durumda doğruluk tablosunu vermek yerine aşağıdaki gösterimde kullanılabilir.

$$Q(A,B,C)=\sum(0,1,5,7)$$

Burada Y. sembolü parantez içinde verilen minimum terimlerin VEYA ' lanması ile lojik ifadenin elde edileceğini anlatır. Çıkış ifadesini gösteren terimden (Q) sonra gelen parantez bu fonksiyonda kaç değişkenin (A,B,C) olduğunu göstermektedir.

Bazı durumlarda Boolean ifadesi minterimlerin toplamı formunda olmayabilir. Fonksiyonu VE terimlerinin VEYA' lanması ile bu forma dönüştürülür. Daha sonra her terimde eksik değişken olup olmadığı kontrol edilir. Eğer terimde eksik değişken veya değişkenler varsa, A eksik değişkeni göstermek üzere A+Ā.ifadesi terimle VE'lenerek eksik değişken eklenmiş olur. Bu işlem terim içinde eksik değişken kalmayana kadar devam eder.

Not: Eksik bir değişken veya değişkenlerin terime eklenilmesi işleminde;

Teorem1.c.	$A.1 = A$
Teorem 2.d.	$A + \overline{A} = A$

Teoremleri kullanılmaktadır.

Örnek: $Q = \overline{A} + B.\overline{C}$

Fonksiyonunu minterimlerin toplamı şeklinde ifade edin.

Çözüm:

$$\overline{A} = \overline{A}.1 = \overline{A}.(B + \overline{B}) = \overline{A}.B + \overline{A}.\overline{B}$$

yazılabilir. Ancak terimde hala C değişkeni eksiktir.

$$\overline{A} = \overline{A}.B(C + \overline{C}) + \overline{A}.\overline{B}.(C + \overline{C})$$
$$= \overline{A}.B.C + \overline{A}.B.\overline{C} + \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$$

İkinci terim $B.\overline{C}$'de ise A değişkeni eksiktir.

$$B.\overline{C} = B.\overline{C}.(A + \overline{A}) = A.B.\overline{C} + \overline{A}.B.\overline{C}$$

şeklinde yazılabilir. Bütün terimleri birleştirirsek:

$$Q = \overline{A}.B.C + \overline{A}.B.\overline{C} + \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + A.B.\overline{C} + \overline{A}.B.\overline{C}$$

sonucu elde edilir. $\overline{A}.B.\overline{C}$ ifadesi fonksiyonda iki defa görülür, bu nedenle (A+A=A) şeklinde ifade edilen Teorem 1.d' ye göre bunlardan birini çıkararak sadeleştirme gerçekleşir. Minterimleri artan sıraya göre yazarsak.

Fonksiyon A,B ve C olmak üzere üç değişkene sahiptir. İlk terim $\overline{A}$'de B ve C değişkenlerinin ikisi bulunmamaktadır. Bu değişkenleri terime eklemek için:

Örnek: Aşağıda verilen Boolean ifadelerini minterimlerin toplamı formunda yazınız.

a) $F = A.\overline{B} + B.\overline{C}$

b) $Q = X + Y + \overline{X}.Y.Z$

c) $Q = A.B.C + A.\overline{C} + \overline{B}.C.\overline{D}$

d) $Q = (A.\overline{B} + C).(A + B.\overline{D})$

4.7.1.3. Maxiterimlerin Çarpımı

Boolean fonksiyonları maxterimlerin çarpımı olarak da ifade edilebilirler. n sayıda değişkene ait 2^n sayıda maxterim yazılabilir. Bu maxterimler fonksiyonun '0' olmasını sağlayan terimlerdir. Boolean fonksiyonunu maxterimlerin çarpımı formunda yazmak için fonksiyonun '0' olduğu her duruma ait maxterimler bulunur. Bulunan bu maxterimler VE 'lanarak fonksiyon maxterimlerin çapımı formunda yazılabilir.

$$Q = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.B.\overline{C} + \overline{A}.B.C + A.B.\overline{C}$$

$$Q = m_0 + m_1 + m_2 + m_3 + m_5$$

$$Q(A,B,C,) = ó(0,1,2,3,6)$$

şeklinde yazılır.

Örnek: Aşağıdaki doğruluk tablosundan lojik ifadeyi maxiterimler cinsinden bulunuz.

A	B	C	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Çözüm:

Doğruluk tablosunun çıkış ifadesinin 0 olduğu her duruma ait maksimum terim bulunduktan sonra bu terimler VE' lenerek lojik ifade elde edilir.

A	B	C	Q	
0	0	0	0	$A + B + C$
0	0	1	1	
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	0	$\overline{A} + B + C$
1	0	1	0	$\overline{A} + B + \overline{C}$
1	1	0	1	
1	1	1	1	

Yazılan minimum terimlerin çıkışın '0' olmasını sağlayan terimler olduğu doğruluk tablosundan görülmelidir.

$$Q = (A + B + C).(\overline{A} + B + C).(\overline{A} + B + \overline{C})$$
$$Q = M_0.M_4.M_5$$

yazılabilir. Çoğu durumda doğruluk tablosu yerine

$$Q(A,B,C)=(0,4,5)$$

Şeklinde fonksiyon verilebilir. Πsembolü parantez içindeki maxiterimlere VE işleminin uygulanacağını gösterirken, çıkış ifadesini (Q) takip eden parantez değişkenleri (A,B,C) göstermektedir.

Boolean fonksiyonların maxterimlerin çarpımı (toplamların çarpımı) olarak ifade edebilmek için fonksiyonu VEYA terimleri haline getirmek gerekir.

Bu işlem:

$$(A+B).(A+C) = A+B.C$$

dağılma kanunu kullanılarak gerçekleştirilir.Daha sonra her bir VEYA teriminde eksik değişken varsa, A eksik değişkeni göstermek üzere, terim A.Ā ile VEYA işlemi yapılır..

$$\overline{A} = \overline{A}.1 = \overline{A}.(B + \overline{B}) = \overline{A}.B + \overline{A}.\overline{B}$$

yazılabilir. Ancak terimde hala C değişkeni eksiktir.

$$\begin{aligned}\overline{A} &= \overline{A}.B(C + \overline{C}) + \overline{A}.\overline{B}.(C + \overline{C}) \\ &= \overline{A}.B.C + \overline{A}.B.\overline{C} + \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}\end{aligned}$$

İkinci terim $B.\overline{C}$ 'de ise A değişkeni eksiktir.

$$B.\overline{C} = B.\overline{C}.(A + \overline{A}) = A.B.\overline{C} + \overline{A}.B.\overline{C}$$

şeklinde yazılabilir. Bütün terimleri birleştirirsek:

$$Q = \overline{A}.B.C + \overline{A}.B.\overline{C} + \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + A.B.\overline{C} + \overline{A}.B.\overline{C}$$

sonucu elde edilir. $\overline{A}.B.\overline{C}$ ifadesi fonksiyonda iki defa görülür, bu nedenle (A+A=A) şeklinde ifade edilen Teorem 1.d' ye göre bunlardan birini çıkararak sadeleştirme gerçekleşir. Minterimleri artan sıraya göre yazarsak.

$$Q = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.B.\overline{C} + \overline{A}.B.C + A.B.\overline{C}$$

$$Q = m_0 + m_1 + m_2 + m_3 + m_6$$

$$Q(A,B,C,) = Ó(0,1,2,3,6)$$

şeklinde yazılır.

Örnek: Aşağıda verilen Boolean ifadelerini maxterimlerin toplamı formunda yazınız.

a) $F = A.\overline{B} + B.\overline{C}$

b) $Q = X + Y + \overline{X}.Y.Z$

c) $Q = A.B.C + A.\overline{C} + \overline{B}.C.\overline{D}$

4.7.1.4. Boolean Açılımlarının Birbirlerine Dönüştürülmesi

İki temel Boolean açılımda kullanılan minterim ve maxterimler ifade ediliş bakımından birbirlerinin tümleyeni olduğu görülebilir. Bunun nedeni fonksiyonu ‘1’ yapan terimlere ait minimum terimler bulunurken, fonksiyonu '0' yapan minimum terimlerin tümleyeninin fonksiyonu ‘1’ yapmasıdır.

Örnek: $F(A,B,C)= \sum(0,2,5,7)$ fonksiyonu minterimlerin toplamı eklinde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$F(A,B,C)= m_0+m_2+m_5+m_7$$

Bu fonsiyonun tümleyeni aşağıdaki gibi olacaktır:

$$F'(A,B,C)= m_1+m_3+m_4+m_6$$

Elde edilen fonksiyona DeMORGAN teoremi ile F' fonksiyonun değilini alarak F fonksiyonu elde etmek istersek :

$$F(A,B,C)=(m_1+m_3+m_4+m_6)'$$
$$F(A,B,C)= m_1'.m_3'.m_4'.m_6'$$

Minterim ve maxterimlere ait Tablo 4.5 ve Tablo 4.6 incelenirse mi' = Mj olduğu kolaylıkla görülebilir.

$$F(A,B,C)=M_1.M_3.M_4.M_6$$
$$F(A,B,C)=\Pi(1,3,4,6)$$

şeklinde olacaktır.Bu durumda

mi' = Mj

ilişkisi yazılabilir.Yani bir maksimum terim aynı alt indise sahip bir minterimin tümleyenine eşittir. Bu ifadenin terside doğrudur.

Boolean açılımlarının birbirleri arasındaki dönüşümde aşağıda verilen adımlar takip edilebilir.

I- Dönüşüm işlemine göre

a) Eğer minterimden maxterime dönüşüm isteniyorsa ∑. Sembolü ile Π sembolü ile değiştirilir.

b) Eğer maxterimden minterime dönüşüm isteniyorsa Π sembolü ile ∑ sembolü ile değiştirilir.

II- Fonksiyonda sayılar seklinde verilen terimlerin yerlerine fonksiyonda bulunmayan sayıları yazılır.

Örnek: Aşağıda minterimler cinsinden verilen fonksiyonu maxterimler cinsinden yazınız.

$$Q(x,y,z,w)=\Pi(0,2,3,7,9,11,12,13,15)$$

Çözüm:

Dönüşüm işlemi maxterimden minterime olduğuna göre Πsembolü ∑ sembolü ile yer değişecektir. Fonksiyonda olmayan sayılar yazılarak dönüşüm işlemi tamamlanmış olur.

$$Q(x,y,z,w)=\sum (1,4,5,6,8,10,14)$$

4.7.1.5. Standart İfadeler

Boolean fonksiyonların elde etmenin bir diğer yolu standart formlardır. Bu formda fonksiyonu oluşturan terimler değişkenlerin tamamı içermetebilir. İki temel tip standart form vardır, *çarpımların toplamı* (Sum of Product-SOP) ve *toplamların çarpımı* (Product of Sum-POS).

Çarpımların toplamı formu, bir veya daha fazla değişkenden oluşan *çarpım terimleri* olarak adlandırılan VE terimlerinden oluşmuş Boolean ifadesi gösterimidir.Toplam, elde edilen VE terimlerinin VEYA 'landığını göstermektedir.Bu forma bir örnek aşağıda gösterilmiştir.

$$F = A + B.\overline{C} + A.C.\overline{D}$$

Boolean ifadesi A,B,C,D gibi dört değişkene sahip olup ,sırayla bir,iki ve üç değişkenden oluşmuş üç VE teriminin VEYA' lanmasından oluşmuştur.

Toplamların çarpımı formu ise, bir veya daha fazla değişkenden oluşan *toplam terimleri* olarak adlandırılan VEYA terimlerinden oluşmuş Boolean ifadesi gösterimidir.Çarpım, elde edilen VEYA terimlerinin VE 'lendiğini göstermektedir.Bu forma bir örnek aşağıda gösterilmiştir.

B $Q = \overline{A}.(B + \overline{C}).(A + \overline{B} + D)$ dört değişkene sahip olup ,sırayla bir,iki ve üç değişkenden oluşmuş üç VEYA teriminin VE' lenmasinden oluşmuştur. Bazı durumlarda verilen ifade her iki formda olmayabilir. Örneğin:

$$F = (A.\overline{B} + C.D).(A.B + \overline{C}.D)$$

fonksiyonu her iki formda değildir. Bu ifade dağılma kanunu kullanılarak parantezlerin kaldırılması halinde standart forma dönüştürülebilir.

$$F = A.\overline{B}.\overline{C}.D + A.B.C.D$$

4.7.2. Diğer Sayısal İşlemler

n Kadar değişkene sahip bir Boolean fonksiyonu için 2^n olası durum yazılabildiği için, n kadar değişken için yazılabilecek fonksiyon sayısı 2^{2^n} kadardır. İki değişken için n=2 olduğundan yazılabilecek fonksiyon sayısı 16'dır.

X ve y gibi iki değişkene ait yazılabilecek 16 fonksiyona ait doğruluk tabloları Tablo 4. 7'de verilmiştir. Tabloda F0'dan $F1_5$'e kadar olan 16 sütündan her birisi x ve y değişkenlerinden oluşan fonksiyonlardan birinin doğruluk tablosunu göstermektedir. Fonksiyonlar F'in alabileceği 16 durumdan elde edilmiştir. Fonksiyonların bazılarında işlemci sembolü vardır. Örmeğin F1, Ve işlemine ilişkin doğruluk tablosunu vermektedir ve işlem sembolü "." olarak verilmiştir

x	y	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1
İşlem sembolü			.	/		/		□	+	↓	□	y'	□	x'	□	↑	

Tablo 4.7: İki girisli onalti fonksiyona ait dogruluk tablosu

Tablo 4.8 doğruluk tablosu verilen 16 fonksiyona ait Boolean ifadelerini göstermektedir. Boolean ifadeleri en az sayıda değişken içerecek biçimde sadeleştirilmiştir. Tabloda görülen fonksiyonların bir bölümü (VE,VEYA,DEĞİL vb.) Boolean işlemcileri ile ifade edilebilmelerine rağmen diğer fonksiyonların (Özel VEYA, x değil ve y vb.) ifade edilebilmeleri için özel işlem sembolü kullanılmıştır. Özel-Veya işlemi dışındaki işlem sembolleri tasarımcılar tarafından pek kullanılmaz.

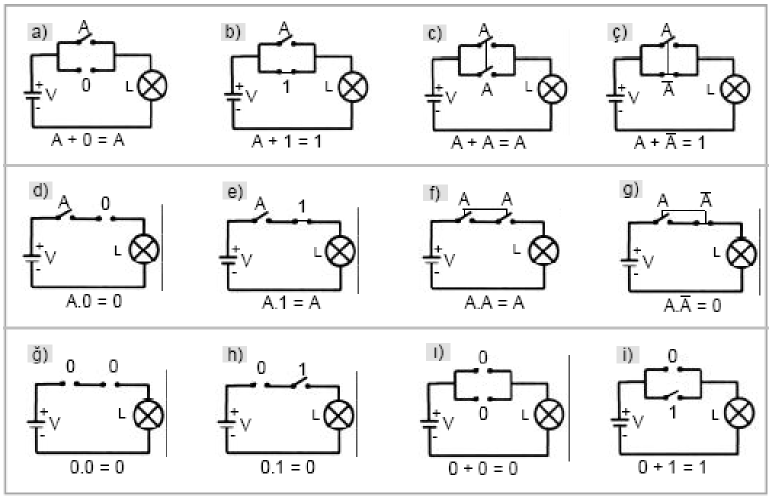
Tablo 4.8'de verilen 16 fonksiyon üç ana gurupta incelenebilir:

I. İki fonksiyon '0' veya ‘1’ gibi bir sabit üretir.
II. Dört fonksiyon tümleyen ve transfer işlemini verir.
III. On fonksiyon VE, VEYA, VEDEĞİL, VEYADEĞİL, Özel-VEYA, Özel-VEYA DEĞİL, engelleme ve içerme olmak üzere sekiz işlemi gösterir.

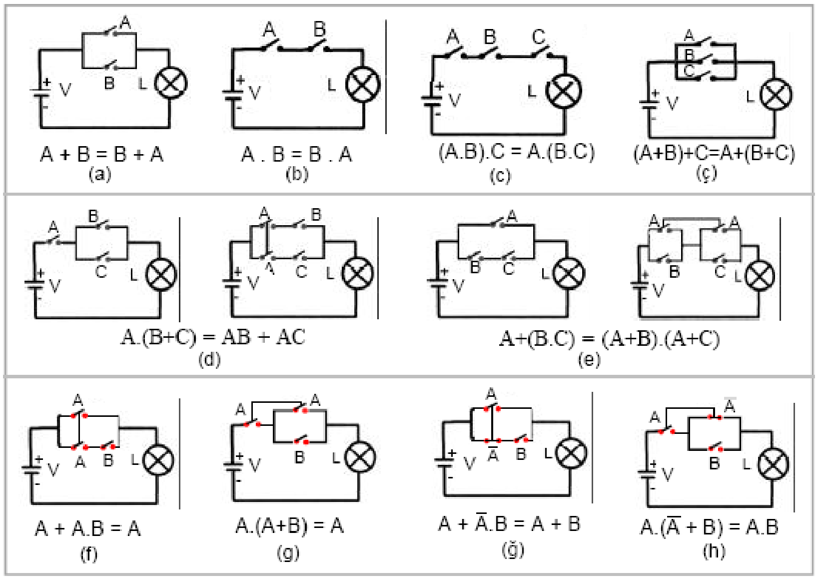
Boolean Fonksiyonu	İşlem Sembolü	İşlem Adı	Açıklama
$F_0=0$		Boş	İkilik sabit 0
$F_1=x.y$	x.y	VE	x ve y
$F_2=x.y'$	x/y	Engelleme	x ve y değil
$F_3=x$		Transfer	x
$F_4=x'.y$	y/x	Engelleme	x değil ve y
$F_5=y$		Transfer	y
$F_6=x.y'+x'.y$	x□y	Özel-VEYA	x veya y fakat ikisi birden değil
$F_7=x+y$	x+y	VEYA	x veya y
$F_8=(x+y)'$	x↓y	VEYA DEĞİL	VEYA değil
$F_9=x.y+x'.y'$	x□y	Özel-VEYA DEĞİL	x eşit y
$F_{10}=y'$	y'	Değil	y' nin değili
$F_{11}=x+y'$	x□y	İçerme	x veya y değil
$F_{12}=x'$	x'	Değil	x' in değili
$F_{13}=x'+y$	x□y	içerme	x değil veya y
$F_{14}=(x.y)'$	x↑y	VE DEĞİL	VE'nin değili
$F_{15}=1$		Birim eleman	İkilik sabit 1

Tablo 4.8: Onatlı fonkisyonlu ifadenin incelenmesi

İkilik bir fonksiyon sadece ’1’ veya '0' değerlerini alabilir. Tümleyen fonksiyonu ikilik değişkenlerden (x,y) her birisinin tümleyenini(x',y') verir. Girişin değişkenlerinden birine eşit olan fonksiyona transfer fonksiyonu denir. Engelleme ve içerme işlemleri sayısal tasarımcılar tarafından kullanılsa da bilgisayar mantığında nadiren kullanılır. VE, VEYA, VE değil, VEYA değil, Özel-VEYA ve Özel-VEYA değil işlemleri sayısal sistemlerin tasarımında yaygın olarak kullanılmaktadır.



Tablo 4.9: Boolean özdeşliklerinin elektrik devresiyle gösterilmesi



Tablo 4.10: Boolean kanunlarının elektrik devreleriyle gösterilmesi

UYGULAMA FAALİYETİ

UYGULAMA SORUSU

1. $Y = A.(A.B + C)$ denklemini Boolean kurallarını kullanarak sadeleştiriniz?

2. $Y = \overline{A}.B + A + A.B$ denklemini Boolean kurallarını kullanarak sadeleştiriniz?

3. $Y = \overline{B + A.C}$ denklemini Boolean kurallarını kullanarak sadeleştiriniz?

4. $Y = \overline{\overline{A}.B + A.\overline{B}}$ denklemini Boolean kurallarını kullanarak sadeleştiriniz?

5. $Y = \overline{A}.B.C + \overline{A}B\overline{C} + A.C$ denklemini Boolean kurallarını kullanarak sadeleştiriniz?

DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ	**Evet**	**Hayır**
Verilen ifadelerin çözümünü yapabiliyor mu?		
İşlemleri doğru sıralamada yapabiliyor mu?		
Boolean matematiği kurallarını kullanarak lojik ifadeleri sadeleştirebiliyormu?		
İşlemleri verilen sürede yapabiliyor mu?		
İşlemlerde tertip ve düzene uyuyor mu?		

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme ölçütlerinin tamamına evet cevabı vermiş iseniz diğer faaliyete geçiniz. Cevaplarınız arasında hayır var ise ilgili konuyu tekrarlayınız.

PERFORMANS ÖLÇÜTLERİ	Evet	Hayır
Boolean matematiği nedir, biliyor mu?		
Boolean matematiğinin kullanıldığı yerleri biliyor mu?		
Boolean matematiği kurallarını biliyor mu?		
Boolean matematiği kurallarını kullanarak lojik ifadeleri sadeleştirebiliyor mu?		
Devre şemasından lojik ifadeleri çıkarabiliyor mu?		
Lojik ifadeyi kapı devresi olarak çizebiliyor mu?		
Minterim ve maxterim açılımlarını yapabiliyor mu?		

DEĞERLENDİRME

Tüm sorulara cevabınız evet ise bir sonraki modül değerlendirmeye geçiniz. Cevaplarınız arasında hayır var ise ilgili konuyu tekrarlayınız.

MODÜL DEĞERLENDİRME

MODÜL ÖLÇME SORULARI

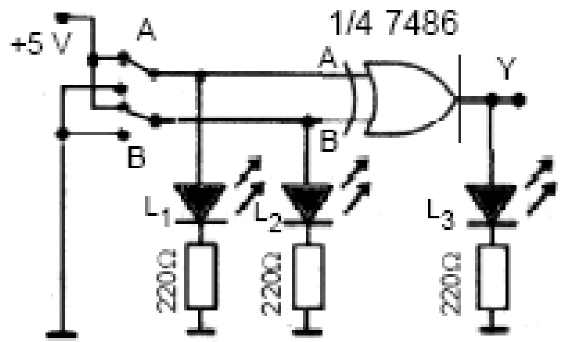
1. Analog ve dijital sinyallere örnek dalga şekilleri çiziniz?

2. Dijital devreler çıkartma işlemini nasıl yapmaktadır.

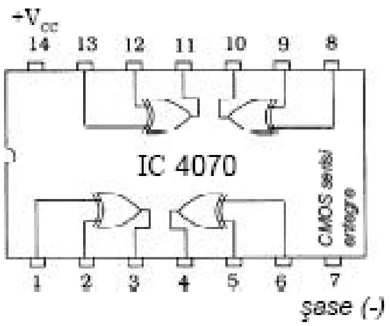
a. 1111 ikili sayısından 111 ikili sayısını klâsik çıkarma kurallarını uygulayarak çıkarınız?

b. 1111 ikili sayısından 111 sayısını çıkarma işlemini 2'ye tümleyen sayı yöntemini kullanarak yapınız.

3. Aşağıda verilen deneyi işlem basamaklarına göre gerçekleştiriniz?



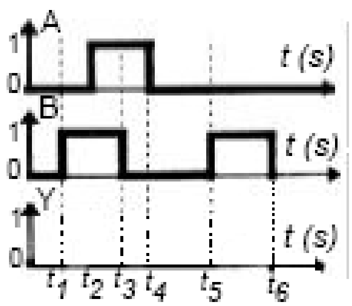
İki girişli EX-OR lojik kapı deney bağlantı şeması



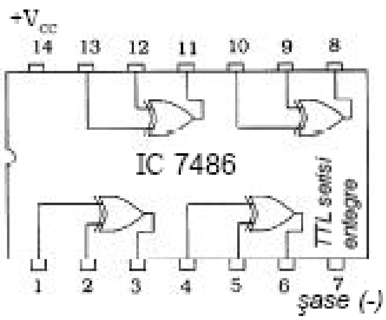
İki girişli EX-OR lojik kapı entegresinin İç yapısı (CMOS serisi-yukarıda TTL serisi aşağıda)

A	B	Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

Doğruluk tablosu



Giriş-çıkış sinyalleri

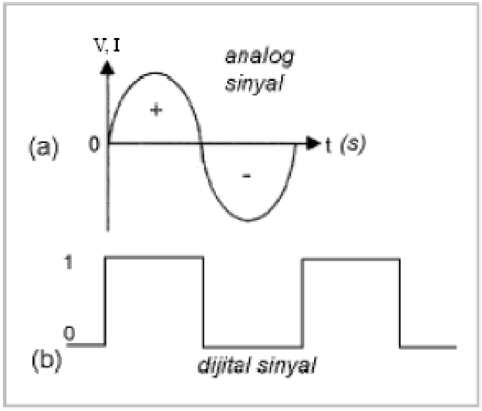


İşlem Basamakları	Öneriler
➢ Deneyi yaparken öncelikle entegre bread boarda yerleştiriniz	•
➢ Şemaya uygun olarak diğer devre elemanlarının montajını yapınız	
➢ Deneyi yaparken 5 voltluk DC besleme kaynağının (+) ucunu 7486 entegresinin 14 numaralı ayağına,(-) ucunu ise 7 numaralı ayağına bağlayınız.	•
➢ A,B anahtarlarını giriş konumlarını yukarıdaki doğruluk tablosuna uygun şekilde yaparak deneyi yapınız	•
➢ Doğruluk tablosunu deney sonuçlarına göre doldurunuz.	•
➢ A, B giriş dalga formları verilmiş olan devrenin çıkış sinyali dalga formunu çiziniz	•
➢ İki girişli EX-OR lojik kapısının matematiksel ifadesini yazınız	•
➢ İki girişli EX-OR lojik kapısının eşdeğer elektrik devresini çiziniz	•
➢ İki girişli EX-OR lojik kapısının Alman (DIN) ve Amerikan (ANSI) standartına göre sembollerini çiziniz.	•
➢ İki girişli EX-OR lojik kapısının röleli eşdeğer elektrik devresinin şeklini çiziniz	•

4. Boolean matematiğindeki kurallardan $A + A.B = A$ eşitliğinin isbatını doğruluk çizelgesini hazırlayarak yapınız?

CEVAPLAR

1.



2.a.

$$\begin{array}{r} 1111 \\ -\ \ 111 \\ \hline 1000 \end{array}$$

b. Görüldüğü gibi klâsik çıkarma yöntemi kullanılarak **1000** sonucu kolayca bulunmuştur. Aynı işlem 2'ye tümleyen yöntemiyle yapılmak istenirse, şu kurallara uyulur:

- Çıkarılan sayıyla çıkan sayının basamakları eşit hâle getirilir.
- Çıkan sayının 2'ye tümleyeni bulunur.
- Çıkarılan sayı ile son bulunan sayı toplanır.
- Sonuç olarak bulunan sayının basamak sayısı işlem yapılan sayılardan fazla çıkmışsa en soldaki sayı atılır (yok sayılır).

Yukarıda verilen dört kuraldan hareket ederek 1111 sayısından 111 sayısını çıkarmayı 2'ye tümleyen yöntemiyle yapalım.

Önce 111 sayısının soluna 0 eklenerek bu sayı da dört basamaklı hâle getirilir.

Sonra 0111 sayısının 2'ye tümleyeni bulunur.

0111 sayısının 1'e tümleyeni 1000'dır. 1000 sayısının 2'ye tümleyeni ise 1001'dir.

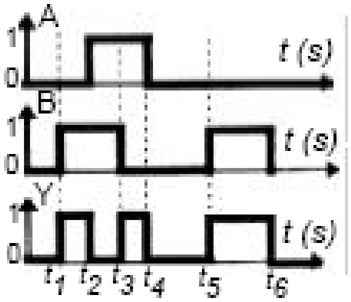
Daha sonra 1111 sayısıyla 1001 sayısı toplanır. Toplamanın sonucunda bulunan 11000 say ısı beş basamaklı olduğu için 11000 sayısındaki en büyük basamak (sol baştaki) atılır. En soldaki basamak atılınca 1111 ve 1001 sayısının farkı olan 1000 sayısı belirlenmiş olur.

Yapılan açıklamalarda görüldüğü gibi **a** ve **b** şıklarında yapılan iki çözüm yönteminde de aynı sonuç bulunmaktadır. Örnekte **b** şıkkında açıklanan ikinci yöntem biraz karmaşıktır. Ancak ikinci yöntemin bir faydası vardır. Şöyle ki; toplama yapmak üzere tasarlanmış dijital bir devre ile 2'ye tümleyen kuralı uygulanarak çıkarma da yapılabilmektedir.

3.

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Doğroluk tablosu

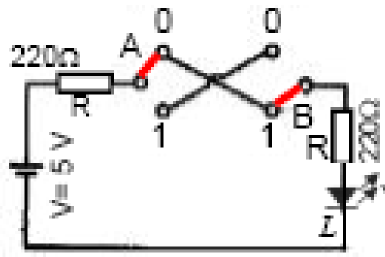


Giriş Çıkış Sinyalleri

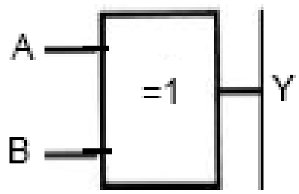
$$Y = A \oplus B$$

$$Y = \overline{A}.B + A.\overline{B}$$

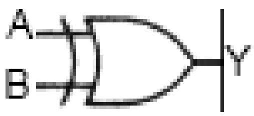
İki girişli EX-OR lojik kapısının matematiksel ifadesi



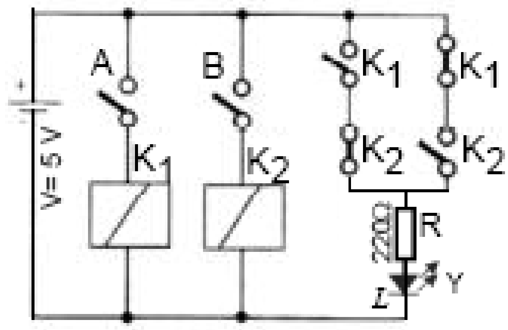
İki girişli EX-OR lojik kapısının kapısının eşdeğer elektrik devresi (DIN) sembolü



İki girişli EX-OR lojik Alman



İki girişli EX-OR lojik kapısının Amerikan (ANSI) sembolü



İki girişli EX-OR lojik kapısının Röleli elektrik devresi

3. SORU UYGULAMALI ÖLÇME ARAÇLARI (PERFORMANS TESTLERİ)

Dersin Adı	Lojik Devreler	**Öğrencinin**		İşe başlama Tarihi
Amaç	İki girişli EX-OR lojik kapı deneyinin yapılaması ve EX-OR kapısıyla ilgili tüm bilgilerlin uygulanması	**Adı Soyadı**	…… …… …… ……	İşi bitirme süresi
Konu	İki girişli EX-OR lojik kapı deneyinin yapılması	**Sınıfı No**	…… …… …… ……	Kullanılan süre
AÇIKLAMA: Aşağıda listelenen davranışların her birinde öğrencide gözleyemedi iseniz (0), zayıf nitelikte gözlediniz ise (1), orta düzeyde gözledi iseniz (2) ve iyi nitelikte gözlediniz ise (3) rakamının altındaki ilgili kutucuğa X işareti koyunuz.				

DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ		Değer ölçeği				
		0	1	2	3	
1	Devrenin doğruluğu, çalışması					
2	Devre ile ilgili soruların cevaplarının doğruluğu					
3	İş alışkanlığı tertip düzen					
4	İşin bitim süresi					
TOPLAM						

DEĞERLENDİRME

Verilen değerlendirme ölçütlerinin tamamı ikinin üzerinde ve toplamda on ve üzeri puan almış iseniz diğer faaliyete geçiniz. Değerlendirme ölçütlerinden ikinin altında ve toplamda onun altında sonuç almış iseniz modülü tekrar ediniz.

4.Yanda verilen çizelgede görüldüğü gibi A'nın değerleriyle A + A.B ifadesinin değerleri aynıdır. O hâlde A + A.B = A sonucu yazılabilir.

• A	• B	• A.B	• A+A.B
• 0	• 0	• 0	• 0
• 0	• 1	• 0	• 0
• 1	• 0	• 0	• 1
• 1	• 1	• 1	• 1

MODÜL ÖLÇME SORULARI UYGULAMALI ÖLÇME ARAÇLARI (PERFORMANS TESTLERİ)

Dersin Adı	Lojik Devreler	**Öğrenci**		İşe Başlama Tarihi:
Amaç	Küçük-orta ve büyük ölçekli işletmelerde TSE, ISO, işletme standartlarına ve şartnamelere uygun olarak lojik devreleri tanıyıp kurabilecektir.	**Adı Soyadı**	…………… ………	İşi Bitirme Tarihi:
Konu	Lojik devreleri tanıyıp kurabilmek	**Sınıfı** **No**	…………… ………	Kullanılan Süre:

AÇIKLAMA: Aşağıda listelenen davranışların her birinde öğrencide gözleyemedi iseniz (0), zayıf nitelikte gözlediniz ise (1), orta düzeyde gözledi iseniz (2) ve iyi nitelikte gözlediniz ise (3) rakamının altındaki ilgili kutucuğa X işareti koyunuz**.**

DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ		**Değer Ölçeği**			
		3	**2**	**1**	**0**
1	Analog dijital kavramlarını biliyor mu?				
2	Dijital elektronikte kullanılan sayı sistemleri ile ilgili tüm matematik işlemleri hatasız yapabiliyormu? Entegre standartları ve şartnamelere uygun devreyi kurabiliyor mu?				
3	Her türlü lojik kapıları tanıyıp deneylerini yaparak doğruluk tablolarını çıkartarak eşdeğer devrelerini çizebiliyor mu?				
4	Boolean matematik kurallarını bilip her türlü işlemi hatasız yapabiliyor mu?				
TOPLAM					

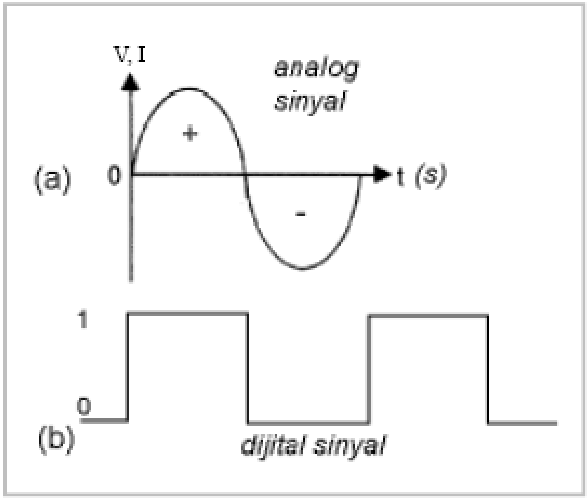
DEĞERLENDİRME

Verilen değerlendirme ölçütlerinin tamamı ikinin üzerinde ve toplamda on ve üzeri puan almış iseniz diğer faaliyete geçiniz. Değerlendirme ölçütlerinden ikinin altında ve toplamda onun altında sonuç almış iseniz modülü tekrar ediniz.

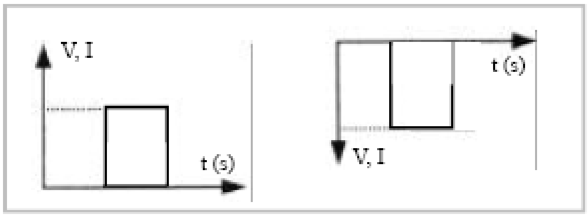
CEVAP ANAHTARLARI

ÖĞRENME FAALİYETİ–1 CEVAP ANAHTARI

1.



2.



Pozitif Lojik Sinyal ***Negatif Lojik Sinyal***

ÖĞRENME FAALİYETİ – 2 CEVAP ANAHTARI

1. $(0{,}375)_{10} = (\ ?\ )_2$

MSD

0,375x2	=0,75
0,75x2	=1,5
0,5x2	=1,0

LSD

Sonuç: $0{,}375_{10} = 0{,}011_2$

2. $(101{,}01)_2 = (\ ?)_{10}$

Çözüm: $101{,}01_2 = 1.2^2 + 0.2.^1 + 1.2^0 + 0.2^{-1} + 1.2^{-2} = 1.4 + 0.2 + 1.1 + 0.(1/2) + 1.(1/4) =$
$= 4 + 0 + 1 + 0.(0{,}5) + 1.(0{,}25) = 4 + 1 + 0{,}25 = 5{,}25_{10}$

3. $(707{,}1)_8 = (?)_2$

ÇÖZÜM:

Her bir sekizlik rakam 3 dijitlik ikilik sayı dizilişine sahiptir.
Bu kurala göre;

(	7	0	7	,	1	$)_8$
(	**111**	**000**	**111**	**,**	**001**	$)_2$

şeklinde yazabiliriz.

Sonuç : $(707{,}1)_8 = (111000111{,}001)_2$

4. $(AF{,}8)_{16} = (?)_{10}$

ÇÖZÜM:

$(AF{,}8)_{16}$ $= A.16^1 + F.16^0 + 8.16^{-1}$
(Onaltılık sayı sisteminde A=10 ve F=15 olduğu unutulmamalıdır.)
$= 10.16 + 15.\ 1 + 8\ (1/16)$
$= 160 + 15 + 0{,}5$
$= (175{,}5)_{10}$

Sonuç : *$(AF{,}8)_{16} = (175{,}5)_{10}$*

5- $(1100110,11)_2=(\ ?)_{16}$

ÇÖZÜM:

Verilen ikilik sayıyı ilk önce dört rakamdan oluşacak şekilde sıralayalım. Bu işlem yapılırken tam sayı kısmında iklik sayı dörtlü gurup yapılamıyorsa en sola, ondalık kısımda ise en sağa yeteri kadar sıfır "0" konulur.

= **0**110 0110 , 11**00**

0110 = 6

1100 = 12 (Onaltılık sayı sisteminde C ile gösterilir)

Sonuç : $(1100110,11)_2=(\ 66,C)_{16}$

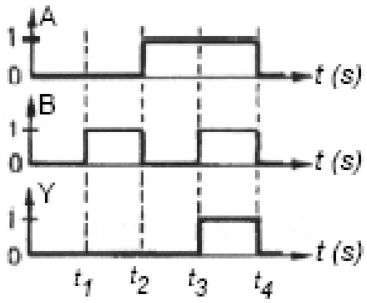
ÖĞRENME FAALİYETİ – 3 CEVAP ANAHTARI

1. İki girişli AND lojik kapısının;

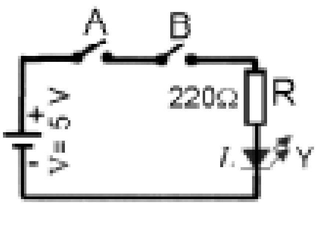
a) Matematiksel ifadesi Y=A.B'dir

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

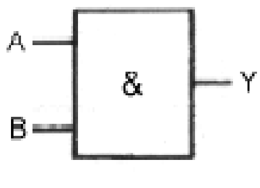
b) Doğroluk tablosu



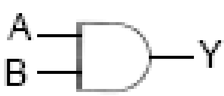
c) Giriş Çıkış Sinyalleri



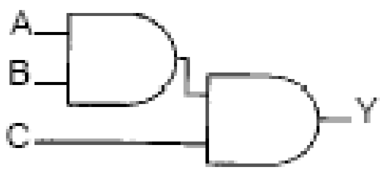
d) Elektrik Eşdeğer Devresi



e) Alman (DIN) sembolü



f) Amerikan (ANSI) sembolü



2.İki girişli AND lojik kapılarıyla Üç girişli AND lojik kapısının elde edilmesinin şekli

ÖĞRENME FAALİYETİ – 4 CEVAP ANAHTARI

1.

Çözüm: $Y = A.(A.B + C) = A.A.B + A.C = A.B + A.C = A.(B + C)$

Açıklama: $A.A = A$'dır.

2.

Çözüm: $Y = \overline{A}.B + A + A.B = (A + A.B) + \overline{A}.B = A + \overline{A}.B = A+B$

Açıklama: $A + A.B = A$ ve $A + \overline{A}.B = A + B$'dir.

3.

Çözüm: $Y = \overline{B + A.C} = \overline{B}.\overline{A.C} = \overline{B}.(\overline{A} + \overline{C})$

Açıklama: $\overline{B + A.C} = \overline{B}.\overline{A.C}$ ve $\overline{A.C} = (\overline{A} + \overline{C})$'dir.

4.

Çözüm: $Y = \overline{\overline{\overline{A}.B + A.\overline{B}}} = \overline{\overline{\overline{A}.B}} . \overline{\overline{A.\overline{B}}} = (A + \overline{B}).(\overline{A}+B) = A.\overline{A} + A.B + \overline{B}.\overline{A} + \overline{B}.B$

$= 0 + A.B + \overline{A}.\overline{B} + 0 = A.B + \overline{A}.\overline{B}$

Açıklama: $Y = \overline{\overline{\overline{A}.B + A.\overline{B}}} = \overline{\overline{\overline{A}.B}} . \overline{\overline{A.\overline{B}}}$, $\overline{\overline{A}} = A$, $\overline{\overline{B}} = B$, $A.\overline{A} = 0$, $\overline{B}.B = 0$

5.

Çözüm: $Y = \overline{A}.B.C + \overline{A}B\overline{C} + A.C = \overline{A}.B.(C + \overline{C}) + A.C = \overline{A}.B.(1) + A.C = \overline{A}.B + A.C$

Açıklama: $C + \overline{C} = 1$

DEĞERLENDİRME

Değerlendirme sorularını doğru olarak çözümlediyseniz bir sonraki faaliyete geçiniz. Cevap anahtarına uygun olmayan çözümleriniz var ise ilgili konuyu tekrar ediniz.

KAYNAKLAR

- BAHADIR Ali, **Dijital Elektronik Ders Notları**, Bursa.
- ASLAN Recai, **Dijital Elektronik ve Uygulamaları**, Yüce Yayınları, İstanbul 2003.
- YARCI Kemal, **Dijital Elektronik**, Yüce Yayınları, İstanbul, 2004.
- EKİZ Hüseyin, **Sayısal Elektronik**, Değişim Yayınları, Sakarya, 2001.
- DERİN Oğuz, **Sayısal Elektronik Ders Notları**, Mersin.